



1 Simpósio da

Matemática

Interfaces matemáticas entre *do IFE*
pesquisas e ensino



UFCA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CARIRI
Instituto de Formação de Educadores - IFE
Campus Brejo Santo

Dados internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Cariri
Sistema de Bibliotecas

S612a Simpósio da matemática (1. : 2019, Brejo Santo, CE).

I Simpósio da Matemática do IFE: interfaces matemáticas entre pesquisas e ensino,
25 a 27 de setembro de 2019 / organizado por Anna Karla Silva do Nascimento ... [et al].
- UFCA, 2019.

109 p. ; E-pub.

ISBN 978-65-88329-17-7

Universidade Federal Cariri – Instituto de Formação de Educadores (UFCA/ IFE)

1. Matemática. 2. Educação da matemática. 3. História da matemática. I. Nascimento,
Anna Karla Silva do.

CDD 372.7

Bibliotecária: Glacínésia Leal Mendonça – CRB 3/925

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI

REITOR

Ricardo Luiz Lange Ness

VICE-REITOR

Laura Hévila Inocência Leite

PRÓ-REITOR DE GRADUAÇÃO

Plácido Francisco de Assis Andrade

PRÓ-REITORA DE PESQUISA E INOVAÇÃO

Laura Hévila Inocência Leite

PRÓ-REITORA DE EXTENSÃO

Fabiana Aparecida Lazzarin

PRÓ-REITOR DE ADMINISTRAÇÃO

Silvério de Paiva Freitas Jr.

PRÓ-REITOR DE PLANEJAMENTO E ORÇAMENTO

Juscelino Pereira da Silva

PRO-REITOR DE CULTURA

José Robson Maia de Almeida

DIRETORIA DE ARTICULAÇÃO E RELAÇÕES INSTITUCIONAIS (DIARI)

Anniel da Silva Negreiros

COORDENADORIA DE FORTALECIMENTO DE QUALIDADE NO ENSINO (CFOR)

Edson Otoniel da Silva

DIRETOR DO INSTITUTO DE FORMAÇÃO DE EDUCADORES (IFE)

Rodrigo Lacerda Carvalho

ORGANIZAÇÃO GERAL

Anna Karla Silva do Nascimento (IFE/UFCA)
Edicarlos Pereira de Sousa (IFE/UFCA)
Francisca Damiana Vieira (IFE/UFCA)
Northon Canevari Leme Penteadó (IFE/UFCA)
Paulo Gonçalo Farias Gonçalves (IFE/UFCA)
Rochelande Felipe Rodrigues (IFE/UFCA)
Rodrigo Lacerda Carvalho (IFE/UFCA)
Wilter Freitas Ibiapina (IFE/UFCA)

COMISSÃO ORGANIZADORA

Docentes e técnicos da UFCA

Ana Cecília Figueiredo Leite
André Bento de Moura
Andressa Maria Filgueira de Sá
Bruno Serafim dos Santos
Camila Almeida Alves
Cícero Helton Pereira
Clarisse Almeida Alves
Edileusa Francisca da Silva
Filomena Pereira dos Santos
Francisca Damiana Vieira
Francisca Dayane Ferreira de Sousa
Ítalo Lacerda de Figueiredo
Jaiane Oliveira Silva
Janielle Nogueira da Silva
João Guilherme dos Santos Oliveira
Julia Andreína Holanda Ferreira
Leticia Ferreira da Silva
Lorran Cícero Melo dos Santos
Luiz Eduardo da Silva Santos
Maria Gerryllane Pereira dos Santos
Maria Oliveira da Silva
Maria Rosângela dos Santos Alves
Maria Vitória Ferreira Ramalho
Rafael Rodrigues Fialho
Suzana Maria Amorim do Monte
Talyta Sampaio Figueiredo
Luis David Bonfim Ferreira
Carla Risoneide Alves Pereira

OUTROS COLABORADORES

Luiz Eduardo da Silva Santos

COMISSÃO CIENTÍFICA

Anna Karla Silva do Nascimento (IFE/UFCA)
Edicarlos Pereira de Sousa (IFE/UFCA)
Francisca Damiana Vieira (IFE/UFCA)
Northon Canevari Leme Penteado (IFE/UFCA)
Paulo Gonçalo Farias Gonçalves (IFE/UFCA)
Rochelande Felipe Rodrigues (IFE/UFCA)
Rodrigo Lacerda Carvalho (IFE/UFCA)
Wilter Freitas Ibiapina (IFE/UFCA)

REVISORES

Anna Karla Silva do Nascimento (IFE/UFCA)
Wilter Freitas Ibiapina (IFE/UFCA)

CRÉDITOS DA IDENTIDADE VISUAL

Luiz Eduardo da Silva Santos

LOCAIS DO EVENTO

Instituto de Formação de Educadores (IFE/UFCA)

PROGRAMAÇÃO DO EVENTO

25
SET **QUARTA-FEIRA**

Local: Cine Teatro Prof. Júlio Macedo Costa

16h – 18h: Credenciamento

18h: Abertura

19h – 20h30: Palestra: “*As pesquisas em Didática da Matemática e suas contribuições para o ensino*”

(Dr. Marcus Bessa de Menezes (UFCG))

20h30: Noite Cultural

26
SET **QUINTA-FEIRA**

Local: Instituto de Formação de Educadores

8h – 12h: Minicursos:

1 **Tessituras da aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental: aproximações e práticas docentes em Matemática e Literatura** (Prof.^a Me. Silene Cerdeira Silvino da Silva (URCA) e Prof. Esp. Luiz Carlos Carvalho Siqueira (URCA))

2 **A profissão do professor de matemática e as exigências do mercado de trabalho: uma análise de praxeologias em concurso públicos** (Prof. Dr. José Luiz Cavalcante (UEPB))

3 **O ensino de Matemática para alunos surdos** (Cícero Robison Gonçalves de Alcântara (IFCE))

4 **Desvendando o Almagesto: A trigonometria de Ptolomeu** (Me. Ana Paula Pereira do Nascimento Silva (UFRN))

5 **Estudando Polígonos e poliedros regulares pela exploração dos registros de representações semióticas** (Me. Zuleide Ferreira de Sousa. (SMECI - PB))

6 **Introdução ao software R com exemplos de aplicação na Estatística Descritiva e em Probabilidade** (Me. Fábio Azevedo de Souza (UEPB))

Local: Instituto de Formação de Educadores

14h30: Mesa Redonda: “*Alguns caminhos possíveis para um estudante de Matemática*”

16h00: Coffee Break

16:30h: Palestra: “*A sequência Fibonacci e aplicações*” (Dr. Aldo Trajano Lourêdo (UEPB))

18h: Atividade Cultural

27
SET **SEXTA-FEIRA**

Local: Instituto de Formação de Educadores

8:30h: Palestra: “*Ações parciais: das definições básicas a resultados avançados*”

(Dr.^a. Josefa Itailma da Rocha (UFCG))

10h: Apresentação de Trabalhos

14h – 16h: Laboratório Itinerante de Matemática & Exposição Cultural

Local: Instituto de Formação de Educadores

16h: Palestra: “*Interfaces matemáticas: tendências, saberes e desafios na pesquisa e o ensino*”

Dr.^a. Giselle Costa de Sousa (UFRN)

17h30: Encerramento

18h: Atividade Cultural

 @1smife2019  @1smifeufca

 <https://www.even3.com.br/1smife>

Realização:  **UFCA** UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI
Instituto de Formação de Educadores - IFE
Campus Brejo Santo

Prefácio

Foi com imensa satisfação que o curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de Formação de Educadores da Universidade Federal do Cariri, campus Brejo Santo, promoveu o I Simpósio de Matemática do Instituto de Formação de Educadores (SMIFE) que foi organizado pelos professores e alunos com o intuito de divulgar algumas pesquisas em Educação Matemática e Matemática realizadas nas proximidades da nossa região.

O primeiro simpósio teve como título *Interfaces matemáticas entre pesquisa e ensino* buscou mesclar atividades que abordassem temáticas voltadas para a Educação Matemática, História da Matemática e da própria Matemática para que os participantes pudessem transitar pelas diversas áreas de pesquisas que envolvem Matemática.

Com uma programação diversa, entre os dias 25 e 27 de setembro de 2019, os participantes envolveram-se em palestras, minicursos, mesa-redonda e ao final de cada dia de atividades, uma apresentação cultural para apreciação do público promovendo uma interação maior entre eles.

As atividades realizadas no evento serão apresentadas a seguir em forma de um cordel intitulado *1º Simpósio da Matemática da UFCA*, elaborado pela aluna e cordelista da nossa universidade **Janielle Nogueira**.

I

É com grande alegria
que quero anunciar
o 1º simpósio da matemática
realizado na UFCA
sejam todos bem vindos
pois o show vai começar

II

Com o tema interfaces matemáticas
bem entre pesquisa e ensino
buscando sempre o melhor
para a educação do menino
sempre com muito louvor
ajudar em seu destino

III

Não é simplesmente um evento
que vem a se realizar
é um show de cultura e arte
que vamos presenciar
reserve seu assento
garanto que vão gostar

IV

Nossa programação é porreta
tem minicurso de montão
para todos gostos e tipos
pra você e pro povão
agradeço desde já
com muita satisfação

V

Para quem está curioso
dos minicursos vou falar
tem um que fala de almagestos
quase nem sei pronunciar
e é a mestre Ana Paula
que este vai ministrar

VII

Todos têm o direito
da matemática aprender
e os surdos principalmente
pra habilidades desenvolver
e falando desse ensino
Robison Alcântara te faz saber

IX

Falando polígonos e poliedros
e sua representação semiótica
voltado para exploração de registros
e com base em sua ótica
Zuleide quem mostrar
essa é fera na matemática

XI

E pra abrir nossos olhos
temos a mestre Silene cerdeira
que como todos é admirável
por toda sua carreira
e pra lhe acompanhar
o mestre Luiz Siqueira

VI

A profissão do matemático
é um tema importante
e analisando concursos públicos
se torna bem marcante
e quem vai se pronunciar
é o mestre Luiz Cavalcante

VIII

Introdução ao software R
desse não ouço falar
mas na estatística e probabilidade
pode a eles aplicar
agora fiquei curiosa
mestre Fábio vai explicar

X

Não esquecendo a prática docente
é interessante sempre lembrar:
a matemática não está sozinha
literatura vai acompanhar
e é pro ensino fundamental
que se deve ter esse olhar

XII

Os minicursos são bons
e tem temas interessantes
agradeço desde já
a todos os ministrantes
e agora sobre as palestras
quero falar um instante

XIII

As pesquisas ganham ênfase
na área da matemática
com contribuições para o ensino
aí entra a didática
é o doutor Marcus Bessa
vai tratar dessa temática

XIV

Outra palestra legal
dentre essas atrações
doutor Aldo vai falar
de Fibonacci e aplicações
a ideia de sequência
e de suas variações

XV

Doutora Josefa Itailma
com as ações parciais
do básico ao avançado
e tudo o que tem mais
ministra tal palestra
dessa não esquecerei jamais

XVI

A nossa última palestra
vai mostrar jogo de cintura
para tratar pesquisa e ensino
é tendência, é cultura
e doutora Giselle Costa
vai mostrar em sua postura.

Diante do que foi mencionado, desejo que o curso de Licenciatura em Matemática do IFE promova muitos simpósios, para que venhamos a conhecer mais das pesquisas que envolvem a área.

Karla Nascimento

Sumário

MINICURSOS

1	A PROFISSÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA E AS EXIGÊNCIAS DO MERCADO DE TRABALHO: UMA ANÁLISE DE PRAXEOLOGIAS EM CONCURSO PÚBLICOS -----	13
2	DESVENDANDO O ALMAGESTO: A TRIGONOMETRIA DE PTOLOMEU -----	16
3	ESTUDANDO POLÍGONOS E POLIEDROS REGULARES PELA EXPLORAÇÃO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS -----	20
4	INTRODUÇÃO AO SOFTWARE R COM EXEMPLOS E APLICAÇÃO EM ESTATÍSTICA DESCRITIVA E EM PROBABILIDADE -----	23

PALESTRAS

1	AÇÕES PARCIAIS: DAS DEFINIÇÕES BÁSICAS À RESULTADOS AVANÇADOS -----	26
2	INTERFACES MATEMÁTICAS: TENDÊNCIAS, SABERES E DESAFIOS NA PESQUISA E ENSINO -----	27

COMUNICAÇÕES ORAIS

1	O LABOMÁTICA E SUAS AÇÕES DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA -----	30
2	O ENSINO DE FRAÇÃO COM MATERIAL DIDÁTICO: UMA EXPERIÊNCIA COM O USO DO FRACSOMA -----	42
3	CÁLCULO MENTAL NAS AULAS DE MATEMÁTICA: COMPREENSÃO E UTILIZAÇÃO POR PARTE DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL -----	52
4	APLICAÇÕES DA DERIVADA: UMA ABORDAGEM PARA PARTICIPANTES DO PROGRAMA OBMEP NA ESCOLA -----	64
5	CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E TECNOLOGIAS NO PROCESSO DE ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA -----	74
6	EXPLORANDO O ESPAÇO GEOMÉTRICO POR CAMINHOS TOPOLÓGICOS -----	85
7	O ESTUDO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL A PARTIR DO USO DA GEOMETRIA DINÂMICA ---	98

I Simpósio da
Matemática
Interfaces matemáticas entre
pesquisas e ensino

do IFE



Minicursos



A PROFISSÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA E AS EXIGÊNCIAS DO MERCADO DE TRABALHO: UMA ANÁLISE DE PRAXEOLOGIAS EM CONCURSO PÚBLICOS

Dr. José Luiz Cavalcante¹

Resumo:

O objetivo do presente minicurso é refletir sobre os conhecimentos exigidos em concursos públicos para professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Para essa reflexão utilizamos como ferramenta a análise praxeológica matemática e didática referente aos saberes exigido nesses exames. Utilizaremos como estudo de caso o Concurso Público realizado recentemente para o Cargo de Professor de Matemática na Educação Básica no Estado da Paraíba, para isso, faremos uma discussão de caráter teórico e prático. Pretendemos mapear os principais conhecimentos necessários para realização de exames dessa natureza. O público alvo são licenciados, professores e interessados na formação de professores.

Palavras-chave: Formação de Professores de Matemática; Concurso Público; Praxeologia; Didática da Matemática.

1 INTRODUÇÃO

Dentre os muitos desafios da profissão docente está o de consolidar a carreira profissional. Apesar das dificuldades e problemáticas em torno da valorização do ofício de professor, sabemos que um importante mercado para os profissionais da educação básica é o setor público. O Governo Federal, Estados e Municípios, estes dois últimos com uma demanda muito maior, contratam de forma temporária ou efetiva esses profissionais por meio de seleções simplificadas ou Concursos Públicos.

Garir um cargo público através do concurso é um evento importante na vida profissional do professor. Significa, dentre outras coisas, certa estabilidade e segurança para que o docente possa exercer seu trabalho.

Histórica e culturalmente as demandas por professores levavam a prática de contratação indiscriminada. Muitas vezes as famosas “cadeiras” de professor eram ofertadas a pessoas que por vezes não tinham o perfil nem a formação profissional para a docência. Com a promulgação da Constituição Brasileira de 1988 essa prática começou a ser substituída por concursos e seleções públicas.

Apesar da importância desse evento na vida profissional dos professores. Observamos na prática de muitos cursos de formação de professores que este é um tema cujo destaque é mínimo, quando não é inexistente. Parece residir no ideário de professores formadores e

¹ Universidade Estadual da Paraíba/UEPB, zeluz.edmat@gmail.com



futuros professores a concepção de que cumprir com as atividades propostas ao longo da graduação é suficiente para enfrentar esse desafio.

Embora concorde que uma boa formação possa ser primordial para que os futuros professores enfrentem esse desafio, sabe-se que na prática é preciso analisar essa questão de forma delicada. De fato, parece que o impacto com a realidade é um momento vivenciado por muitos professores em início de carreira. Essa estranheza se dá tanto no âmbito da sala de aula, quando o professor prepara suas aulas e as conduz, como quando o professor precisa transitar nas diversas instâncias da profissão, inclusive na hora de fazer o concurso público.

Chevallard (2009), responsável pela construção teórica da Teoria Antropológica do Didático – TAD, refletindo sobre essa dificuldade e os desafios dos jovens professores destaca que esse problema tem raízes nas relações que são estabelecidas com o saber matemático. A Escola enquanto instituição tem, segundo autor, uma prática própria na relação que seus sujeitos e ela própria estabelecem com os saberes, nesse caso o saber matemático. A matemática é a mesma, no entanto, a forma como ela se apresenta e é tratada segue a lógica interna da prática institucional.

Toda prática institucional em torno do saber matemático é passível de análise e pode ser descrita em termos de praxeologias. Essas praxeologias têm dois tipos de organizações: a matemática e a didática. Ao analisar a praxeologia de uma instituição conseguimos delinear e compreender muitos fenômenos didáticos relativos ao ensino (CHEVALLARD, 1999).

Cavalcante (2018) mostrou que além da análise dos fenômenos didáticos ferramentas como a análise praxeológica, podem trazer importantes aspectos sobre o comportamento dos sujeitos diante do saber, evidenciando a dimensão psicológica dos sujeitos.

Para TAD a instituição é qualquer dispositivo social total. Assim a escola, a família, a religião, podem ser exemplos de instituições. O concurso público também o é. Cada pleito admite sujeitos com posições bem definidas no processo. Desde a equipe gestora que demanda a contratação do professor, a equipe que o organiza e aqueles que se submetem a concorrer a vaga. Embora cada concurso seja único, é certo que transitar e viver nessa instituição molda a forma como as pessoas enxergam esse momento. “Ganhar experiência” é um gesto importante para quem almeja o sucesso nesse tipo de seleção. Isto apoia a tese de Cavalcante (2018) sobre o papel da instituição como agente na cognição dos sujeitos que aprendem de forma situada no engajamento das práticas institucionais.

Dito isto, conhecer o funcionamento dessas instituições pode ajudar na reflexão de como transitar nela. Este é o objetivo do nosso minicurso.



Construir um ambiente onde futuros professores, professores e demais interessados possam *refletir sobre os conhecimentos exigidos em concursos públicos para professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.*

Que conhecimentos são exigidos dos pleiteantes ao cargo de professor em concursos públicos? Quais os temas mais abordados? Quais as diferenças de um pleito para o outro? Que tipos tarefas e técnicas podem ser empregados na solução das questões? Que tecnologias e teorias dão suporte ao emprego dessas técnicas? Que aspectos psicológicos envolvem esse momento?

Para refletir sobre essas questões utilizaremos como estudo de caso o Concurso Público recentemente realizado no Estado da Paraíba para o provimento do cargo de professores da Educação Básica.

A partir desses questionamentos delineamos a seguinte proposta de trabalho que tem um caráter teórico e prático:

Quadro 1 – Descrição de atividades

Atividade	Descrição	Recursos	Tempo
Mobilização	Momento engajamento da turma	Data Show	30 min
Atividade prática I	Simulado de questões de concurso	Atividade xerox	30 min
Discussão teórica I	TAD, PCK, Praxeologias	Data Show	30 min
Atividade prática II	Analisando praxeologias	Fichas xerox	60 min
Discussão Teórica II	Síntese das análises praxeológicas	Data Show	60 min

Fonte: próprio autor (2019).

Utilizaremos como recursos material de xerox para os participantes do minicurso, Data Show, Quadro e lápis.

Referências

CAVALCANTE, J. L. **A dimensão cognitiva na teoria antropológica do didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na licenciatura em matemática.** Tese de Doutorado. PPGEC – Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências e Matemática. UFRPE. Recife, 2018.

CHEVALLARD, Y. **La TAD face au professeur de mathématiques.** Toulouse, 29 avril 2009. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_TAD_face_au_professeur_de_mathematiques.pdf>. Acesso em: 19 maio 2017. Communication au Séminaire DiDiST.

_____. **L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique.** In : **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, 1999. p. 221-266.



DESVENDANDO O ALMAGESTO: A TRIGONOMETRIA DE PTOLOMEU

Ana Paula Pereira do N. Silva²

Resumo:

Como usar a História da Matemática, teoria e prática em sala de aula sempre foi uma preocupação enquanto docente que acredita neste instrumento como facilitador do ensino da matemática. Por isso, recorreremos a problemas históricos como um método para ajudar nossos alunos a perceberem uma familiaridade cotidiana ou mesmo uma justificativa convincente para os aspectos matemáticos durante as aulas de Matemática. Portanto, objetivamos com esta oficina, apresentar um conjunto de atividades que se constituem num corpo interdisciplinar de conhecimento que envolve noções de trigonometria e sua história, noções de Astronomia e sua história, e leitura de textos antigos como uma proposta de ensino dessa disciplina em sala de aula.

Palavras-chave: Almagesto de Ptolomeu, Trigonometria e Fontes históricas.

1 INTRODUÇÃO

Atribuir sentido e significado à matemática não é tarefa fácil para nós professores, sobretudo porque a maioria de nós não tivemos esse tipo de incentivo durante nossa formação. Entretanto, a Educação Matemática nos desafia a reconstruir um ensino que, por muitos anos, privilegiou a abstração e a formalização precoce de conceitos e definições matemáticas. Por isso mesmo, não podemos mais aceitar que professores e alunos da licenciatura exerçam suas atividades sem compreender o sentido do ensino da matemática. Tudo isso nos leva a pensar em mudança, apesar de muitas vezes o desejo de mudança esbarrar nas condições precárias das escolas, na falta de estímulo para os profissionais da educação e sobretudo no medo que o educador tem em promover tais mudanças. Como educadores, sabemos que nossa tarefa é muito mais do que contextualizar o ensino da matemática, é preciso criar um ambiente favorável à aprendizagem em que o estudante sinta-se mobilizado a aprender. Para que isso aconteça é preciso pensar não somente em atividades voltadas para nossos alunos do ensino básico, mas também atividades que estimulem a pesquisa e atualizem os nossos professores em exercício.

Nossa intenção é apresentar uma parte da História da Matemática que ultrapasse as questões que envolvem exclusivamente os questionamentos dos alunos; mais do que isso, é preciso empenhar dedicação à formação de profissionais com qualificação diversificada e conhecimento geral do desenvolvimento da ciência. Assim apresentar um trabalho que vise a formação geral dos professores de matemática impulsionou a criação e elaboração do material que exibimos neste minicurso.

² Universidade Federal do Rio Grande do Norte/ UFRN, paulinha_lu2@yahoo.com.br.



O propósito desse minicurso é, portanto, apresentar e possibilitar o estudo de *fontes primárias* na História da Matemática, fornecendo aos professores uma formação geral em distintas áreas do conhecimento e explorando toda a matemática possível contida nessas fontes. Para isso, utilizaremos o *Almagesto* de Ptolomeu, que de maneira brilhante apresenta os primeiros passos de um importante conteúdo matemático - a trigonometria que só se desvincularia da astronomia de posição durante o renascimento, com a gênese do modelo heliocêntrico. A trigonometria só se tornaria um ramo independente da astronomia no século XVI quando o livro *De triangulis Omnimods Libri Quinque*, de *Johann Muller Regiomontanus*, é publicado em 1533 apresentando a primeira versão europeia da trigonometria plana e esférica numa abordagem independente da astronomia.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nossa atenção não focaliza toda Matemática, por ser um campo muito vasto, mas de um modo mais específico, o estudo aqui desenvolvido é uma pesquisa dentro da História da Matemática, que se focaliza na análise histórica e crítica de fontes literárias antigas e no estudo da obra de um matemático particular. A fonte antiga que será nosso objeto de estudo neste minicurso é um compendio sobre toda a astronomia produzida até meados do século II d.C. “É claro que há muita matemática implícita em obras não matemáticas, do dia a dia. Essa é uma das grandes lições que tiramos da História da Matemática. Muitas das grandes teorias matemáticas têm sua origem em práticas cotidianas”. (D’AMBROSIO, 2000, p.254).

3 METODOLOGIA

Delineamos apresentar um estudo que se encontra inserido no âmbito das pesquisas em História da Matemática, mais especificamente no estudo de um *best seller* da antiguidade, que tem como personagem principal o sábio grego Ptolomeu e sua obra prima intitulada de *Mathematik Sintaxis*, que reunia toda produção astronômica da época, essa obra ficaria conhecida mais tarde por seu título árabe: *Almagest* – *Almagesto*, em português. Nele, buscamos proporcionar uma visualização dos recursos matemáticos utilizados no desenvolvimento da astronomia antiga. Construções geométrica, teoremas da geometria euclidiana, a geometria esférica, a base sexagesimal e relações que associavam cordas a arcos determinados (tabela de cordas) são alguns dos assuntos matemáticos abordados na obra que ficaria conhecida, quase que exclusivamente, pela sua astronomia.

Para isso elaboramos uma sequência de atividades que apresenta ao professor um universo novo, e provavelmente desconhecido, sobre as raízes da trigonometria, permitindo



ao educador, portanto, o aprofundamento do seu conhecimento sobre esse tema. Essa sequência de atividades obedece o seguinte: Atividade 1 tem por finalidade situar historicamente o leitor. As Atividades 2 e 3 objetivam apresentar e motivar o participante da atividade a compreender a matemática presente no fragmento histórico do Almagesto; e a Atividade 4 é uma aplicação dessa matemática à astronomia.

4 RESULTADOS

Objetivamos com este Minicurso, apresentar um conjunto de atividades que se constituem num corpo interdisciplinar de conhecimento que envolve noções de trigonometria e sua história, noções de Astronomia e sua história, e leitura de textos antigos como uma proposta de ensino de matemática.

Portanto, será nossa meta fazer o participante perceber em que aspectos a integração da História da Trigonometria, uma breve História da astronomia e Astronomia básica podem ajudar nossos alunos da graduação em matemática, e professores em formação continuada, a adquirirem algumas competências úteis ao seu desenvolvimento cultural, ou seja, estes profissionais não devem somente associar a matemática a demasiada quantidade de fórmulas enfadonhas que, em muitos casos, não faz sentido algum para os nossos alunos. Dessa maneira, esperamos que nosso público se desvincule da visão de que a matemática só serve para aplicar fórmulas e realizar contas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É importante que os participantes saibam que as atividades apresentadas e desenvolvidas durante este minicurso não esgotam todas as possibilidades de uso pedagógico para o fragmento histórico escolhido, mas abre um leque de possibilidades para aqueles que se interessarem pelo assunto.

Referências

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. A interface entre história e Matemática: uma visão histórico pedagógica. In: FOSSA, J.A. **Facetas de diamante: ensaios sobre educação matemática e história da matemática**. Rio Claro: Editora da SBHmat, 2000. p. 241-268.

GLAUBITZ, Michael R. **The use of original sources in the classroom**. Disponível em <<http://edc.uoc.gr/~tzanakis/ESU6/PdfFiles/3-01-Glaubitz.pdf>>. Acesso em: mar. 2012.

MENDES, I. A. **Investigação histórica no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009.



PTOLOMEU, C. **Ptolemy's Almagest**. Translated by TOOMER, G. J. Princeton: Princeton University Press, 1998.



ESTUDANDO POLÍGONOS E POLIEDROS REGULARES PELA EXPLORAÇÃO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Zuleide Ferreira de Sousa³

Resumo:

A proposta de trabalho aqui apresentada tem como objetivo estabelecer relações entre as propriedades dos polígonos e dos poliedros regulares a partir dos registros de representações semióticas. Para tanto realizaremos uma explanação sobre essa teoria, uma atividade de investigação prática tomando como objetos de estudo o polígono regular triângulo equilátero, e o poliedro regular tetraedro. E posteriormente faremos uma discussão inter-relacionando os significados emergentes da investigação com aqueles apresentados na teoria. Objetivando com isso que os cursistas compreendam a importância dos registros de representações semióticas para o ensino de geometria, bem como a necessidade de diversificá-los.

Palavras-chave: Registros de representações semióticas; geometria; polígonos e poliedros.

1 INTRODUÇÃO

O conhecimento geométrico consiste em uma construção humana que tem se dado nas relações sociais ao longo do tempo. Tal construção tem sido motivada pela necessidade do homem de resolver problemas práticos da vida cotidiana, mas também tem agregado construções dedutivas e se tornado cada vez mais sistemático. Por esse motivo tem atraído a atenção daqueles que desejam incrementá-lo e utilizá-lo como aliado na formação plena dos educandos. Dentre os incrementos mobilizadores desse ensino podemos citar os registros de representações semióticas, ferramentas necessárias e quase sempre suficiente para apreensão de seus conteúdos, desde que devidamente aplicados.

Mobilizados por esse pensamento desenvolveremos o minicurso que terá como objetivo estabelecer relações entre as propriedades dos polígonos e dos poliedros regulares a partir dos registros de representações semióticas. O mesmo terá duração de quatro horas, será dividido em três etapas que chamaremos de *embasamento teórico* (tempo estimado de 1 h e 30 min, com uso de data show), *experimentação* (tempo estimado de 1 h e 30 min, cursistas divididos em equipes de no máximo 4 membros, e emprego de cartolina, régua, lápis e compasso) e *discussão de resultados* (tempo estimado de 1 h, com cursistas em organização circular). Tais etapas se encontram descritas no procedimento metodológico.

³ Secretaria Municipal de Educação de Cachoeira dos Índios/SMECI, zzuleideferreira@bol.com.br



2 A GEOMETRIA E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

As representações geométricas estão em toda parte, dando forma ao mundo no qual estamos inseridos. E é necessário compreender essas formas para melhor compreendermos o mundo e nossas inter-relações com ele. Isto aumenta mais a responsabilidade da escola no que diz respeito a elevação da qualidade do ensino de geometria. Um ensino de geometria que vise atender a esses interesses deve considerar a importância dos registros de representações semióticas à atividade cognitiva matemática. Uma vez que a apreensão em matemática está condicionada a habilidade do indivíduo em empregar de forma alternada ou simultânea pelo menos dois registros de representações. Seja a língua natural, sistemas de escritas, figuras geométricas planas e em perspectivas e os gráficos cartesianos conforme preconiza Duval (2011, 2009, 2003). Apontando assim a necessidade de explorarmos nas aulas de matemática, em consequência de geometria os diferentes tipos de registros de representações semióticas.

A atividade matemática, assim entendida dar-se-á pela transformação de representações semióticas: tratamento, quando ocorre dentro do mesmo registro, ou conversão, quando ocorre de um registro para outro. Além disso, as atividades investigativas e a diversificação de material corroboram com a construção de significados sobre os objetos geométricos. Essa construção também pode ser favorecida pela transição entre as geometrias espacial e plana, uma vez que as representações geométricas as quais temos acesso no nosso dia a dia requerem de nós essa habilidade.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para o embasamento teórico faremos uma breve apresentação da teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval, onde daremos enfoque as características cognitivas da matemática, os tipos de registros de representações semióticas e as transformações de representações semióticas: tratamento e conversão. Além de apresentar os objetos geométricos a serem trabalhados (triângulo equilátero e tetraedro regular), em diferentes representações semióticas, linguagem natural, linguagem algébrica e desenho geométrico.

Na experimentação empregaremos os registros de representações semióticas e as transformações semióticas como instrumentos na aplicação de propriedades dos polígonos regulares aos poliedros regulares. Tal experimentação dar-se-á pela construção do triângulo equilátero, cujas propriedades serão aplicadas na construção de um tetraedro. Para construção Triângulo equilátero – Tetraedro, solicitaremos que as equipes tracem uma reta sobre a cartolina e nela determine o ponto A, que com qualquer abertura centrem em A e determine



B, sobre a mesma reta. Que com a mesma abertura centrem em A e em B traçando dois arcos que se cruzarão determinando o ponto C. Unir os pontos determinando o triângulo equilátero ABC. Solicitar que repitam o penúltimo passo para determinar os pontos D, E e F, construindo assim a planificação do tetraedro desejado.

Com a discussão final pretendemos enumerar e/o esclarecer vantagens e desvantagens do processo, bem como possíveis aprendizados.

4 RESULTADOS

A proposta é de reflexão sobre a teoria dos registros de representações semióticas no ensino de no ensino de geometria. Almejando, por parte dos cursistas, a compreensão das especificidades dos objetos geométricos, dos tipos de registros e da possibilidade de transição entre as geometrias plana e espacial: triângulo equilátero-tetraedro.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao construir ou manipular objetos concretos, como tetraedro, por exemplo, ampliamos nossa percepção e nossas condições de atribuir significados sobre figuras tridimensionais, e bidimensionais, como o triângulo por exemplo. Nesses termos abordamos a produção de significados sobre os conteúdos geométricos polígonos e poliedros ministrados a partir da explora dos registros de representações semióticas. E a análise dos significados assim produzidos, também, se dá por meio dos registros de representações semióticas. Levando em consideração a diversidade de registros empregados e a simultaneidade e alternância desses.

Referências

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar:** registros de representações semióticas. CAMPOS, Tânia M. M. (org). Trad. Marlene Alves Dias. 1 edição. São Paulo: Proem, 2011.

_____. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais.** Trad. Lênio Fernandes Levy, Marisa Rosâni da Silveira. São Paulo: Livraria da física, 2009.

_____. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (org.). **Aprendizagem em matemática registros de representações semióticas.** Campinas: Papyrus, 2003.



INTRODUÇÃO AO SOFTWARE R COM EXEMPLOS E APLICAÇÃO EM ESTATÍSTICA DESCRITIVA E EM PROBABILIDADE

Fábio Azevedo de Souza⁴

Resumo:

O R é uma linguagem de programa livre e ambiente usado para se fazer análises estatísticas. É um projeto GNU que é similar a linguagem e ambiente S, desenvolvida no Bell Laboratories (anteriormente AT&T, agora Lucent Technologies) pelo então John Chambers e seus colegas. Com o R pode-se utilizar uma ampla variedade de técnicas estatísticas, além de permitir implementar novas técnicas a medida que se faz necessário. Está disponível livremente sob os termos da Licença Pública Geral GNU da Free Software Foundation na forma de código fonte. Tem suas funcionalidades implementadas nas mais variadas plataformas, como UNIX e sistemas similares (incluindo FreeBSD e Linux). Ele compila e funciona em Windows 9x/NT/2000 e MacOS. O objetivo deste curso é fazer uma breve introdução ao uso do programa R (R Development Core Team 2010). Seu intuito não é ensinar estatística.

Palavras-chave: R, Estatística, Análise.

1 INTRODUÇÃO

A utilização de pacotes estatísticos para análise de dados é bastante importante. Por outro lado, há um custo elevado para a aquisição e manutenção deles, bem como o desenvolvimento de novos programas. Uma opção bastante recomendável e de grande valia, é, dentre os softwares de domínio público, que pode e deve ser usado para análise de dados, é o R, ou ambiente R, sendo o mesmo um software de código fonte aberto, permite que seja possível a implementação de novos procedimentos desenvolvidos por seus usuários. Apresenta a grande vantagem de ter colaboradores das mais diversas áreas do conhecimento, o que o torna uma ferramenta para análise e manipulação de dados, com os diversos testes estatísticos, além de permitir total controle do usuário sobre o que está sendo utilizado.

O R está disponível gratuitamente em <http://cran.r-project.org>, onde é disponibilizado em versões de acordo com o sistema operacional UNIX, Windows ou Macintosh. Sendo R uma linguagem de programação orientada a objetos, o usuário pode criar suas próprias funções, e sua própria rotina na análise de dados. Além do mais, o R tem a capacidade de interagir com outros programas estatísticos, bem como com banco de dados.

⁴ Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, www.uepb.com.br. E-mail: fabioazevedo1@hotmail.com



2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Familiarizar os alunos sobre e a importância e o uso do programa R e suas principais ferramentas na análise de dados.

2.2 OBJETIVO ESPECÍFICO

Buscar a ampliação do conceito e a importância da utilização do Software R, bem como seu uso pelos estudantes, em particular, das ciências exatas, como uma ferramenta para análise de conjuntos de dados.

3 METODOLOGIA

Aulas expositivas com data-show, quadro, computadores, listas de exercícios e dinâmicas.

4 RESULTADOS

Espera-se que após o término do curso, os estudantes se tornem usuário assíduo do software R, e que num futuro próximo, possam fazer suas contribuições, promovendo o crescimento e disseminação de seu uso.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O R é uma ferramenta ou conjunto integrado de facilidades de software que permite a manipulação de dados, cálculo e geração de gráficos. Nele está incluído para executar com facilidade e ter acesso à (1) manipulação e armazenagem de dados, (2) um conjunto de operadores para cálculos sobre conjuntos de dados, em particular as matrizes, (3) um vasto acervo sobre as ferramentas intermediárias para análise de dados, (4) facilidades para criação de gráficos para análise de dados e sua visualização na tela ou impressa.

Referências

CRAWLEY, M. J. **The R Book**. John Wiley & Sons. 2007.

DALGAARD, P. **Introductory Statistics with R (2nd ed.)**. New York,: Springer, 2008.

PETERNELLI, L. A., DE MELO, M. P. **Conhecendo o R: uma visão estatística**. Viçosa: 33 - Editora UFV, 2007. Referências Complementares: ADLER, J. R in a Nutshell. O'Reilly. 2010.

I Simpósio da
Matemática
Interfaces matemáticas entre
pesquisas e ensino

do IFE



Palestras



ACÇÕES PARCIAIS: DAS DEFINIÇÕES BÁSICAS À RESULTADOS AVANÇADOS

Josefa Itailma da Rocha⁵

Resumo:

A teoria de ações parciais é uma generalização das ações de grupos (globais) e aparece independentemente em várias áreas da matemática. Nessa palestra pretendo apresentar a motivação e as definições básicas das ações parciais e alguns resultados avançados nessa teoria. Todos esses resultados são generalizações de conceitos conhecidos no caso global, como: produto cruzado, representações de grupos, cohomologia de grupos e Teoria de Galois. Essas generalizações serão feitas com base nas estruturas algébricas dos objetos (grupos, anéis, corpos, módulos) e no tipo ação considerada (global ou parcial). Juntando esses resultados, será apresentado algumas generalizações feita ao longo dos anos na famosa sequência de Chase-Harrison-Rosemberg.

Palavras-chave: ações de grupo, estruturas algébricas, generalizações.

⁵ Universidade Federal Campina Grande/UFCG, itailma@mat.ufcg.edu.br.



INTERFACES MATEMÁTICAS: TENDÊNCIAS, SABERES E DESAFIOS NA PESQUISA E ENSINO

Giselle Costa de Sousa⁶

Resumo:

O cerne dos saberes tem se constituído conjuntos e conexos, contudo, com o passar dos tempos e à medida que evoluem, também, em contrapartida, se mostram independentes, de modo que, ao mesmo tempo que uma área se consolida suas subáreas se desenvolvem. Neste contexto a presente palestra se propõe a abordar aspectos relacionados às interfaces da Matemática sobretudo relacionadas as tendências, saberes e desafios na pesquisa, ensino e suas conexões. Neste contexto, considera-se relevante iniciar esclarecendo em que consiste a Educação Matemática mostrando sua interface com ensino de Matemática e ao mesmo tempo revelando a diferença entre eles. Consideramos a Educação Matemática como uma área de pesquisa que se preocupa com ensino e aprendizagem da Matemática, estando na fronteira entre Matemática e Educação, Exatas e Humanas. Para tanto, se configura com campo de investigação ligado às tendências em Educação Matemática, a saber, uso de jogos e materiais manipulativos, uso das tecnologias digitais da informação e comunicação, história da matemática, etnomatemática, resolução de problemas, investigação matemática, modelagem entre outras. Todas propostas a fomentar e discutir aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem da Matemática. Nesta ótica, vale salientar que Educação Matemática não é sinônimo de ensino de Matemática, embora o envolva. Enquanto campo de pesquisa a Educação Matemática é composta por sociedades científicas, publicações (por exemplo, Educação Matemática em Revista) e eventos (por exemplo ENEM e SIPEM) que divulgam ostrabalhos científicos desenvolvidos por diversos grupos de pesquisa, de modo geral, ligados a um dos 15 grupos de trabalho da SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática (fundada em 27 de janeiro de 1988). Considerando os aspectos relacionados as investigações da Educação Matemática encontram-se ainda os saberes docentes cujo emprego na prática profissional do professor é extremamente importante e desafiador. Dentre os saberes destacados por diversos autores em suas pesquisas podemos citar o saber disciplinar, o saber pedagógico, o saber curricular, o saber disciplinar-pedagógicos, entre outros (TARDIFF et al, 1991). Em linhas gerais, o saber disciplinar consiste no saber dos conteúdos específicos da ciência em questão/disciplina, particularmente da Matemática por exemplo; o saber pedagógico considera os saberes que fundamentam a práxis docente; o saber curricular é fruto da organização de conteúdos que compõem as disciplinas, por fim, o saber pedagógico- disciplinar que seria o amálgama entre o conteúdo e a pedagogia. De fato, Sztajn (2002), ao tentar responder à pergunta: O que precisa saber um professor de Matemática? Define tais saberes e afirma que comumente eles são encarados como dicotômicos, especialmente o saber disciplinar e o pedagógico. Contudo, numa concepção ampla de Matemática e seu ensino, não faz sentido encará-los como opostos ou ainda como um mais relevante em detrimento do outro, de modo que o mais conveniente é lidar com o saber pedagógico-disciplinar (SCHULMAN, 1986, 1987) que é apontado pela autora como saber que diferencia um professor de um instrutor ou ainda que compõe um professor com “P” maiúsculo, isto é, um bom e verdadeiro professor, particularmente de Matemática tendo em vista que Sztajn (2002, p.1) considera que “um professor precisa ter conhecimentos que se estendam para além do domínio do conteúdo a ser ensinado (embora não possa dele prescindir)”. Assim, o desafio reside em lançar mão das pesquisas em prol de uma prática docente que articule esses saberes ao mesmo tempo pensar em seu ensino de modo reflexivo e fomentar a pesquisa por meio

⁶ Universidade Federal do Rio Grande do Norte/UFRN, gisellematufrn@gmail.com.



desta prática investigativa que vislumbra o uso das tendências em Educação Matemática considerando que nenhuma delas esgota todas as possibilidades para realizar com eficácia o complexo processo de ensinar e aprender Matemática nem livra o docente da necessidade de possuir ampla e profundo domínio do que está se propondo a ensinar.

Palavras-chave: Interface; Matemática; Educação Matemática; Pesquisa; Ensino.

Referências

SHULMAN, Lee. **Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform.** Harvard Educational Review: April 1987, Vol. 57, No. 1, pp. 1-23, 1987.

SZTAJN, Paola. **O que precisa saber um professor de matemática?** Uma revisão da literatura americana nos anos 90. Educação matemática em revista. Ano 9, nº 11, abril, 2002.

TARDIF, Maurice; LESSARD, Claude; ÇAHAYE, Louise. **Os professores face ao saber:** Esboço de uma problemática do saber docente. Aprendendo a ser trabalhar, Porto Alegre, Arle, Medless, 1991.

1 Simpósio da
Matemática
Interfaces matemáticas entre
pesquisas e ensino

do IFE



**Comunicações
orais**



O LABOMÁTICA E SUAS AÇÕES DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Antonio Anderson Oliveira Silva⁷

Kellem Pereira Freire⁸

Francisco Edisom Eugenio de Sousa⁹

Resumo:

A formação inicial de um professor que ensina Matemática deve ser composta por diversos elementos, de modo a contemplar as atividades de ensino, pesquisa e extensão. O Laboratório de Educação Matemática – LEM é um desses elementos e tem por intenção complementar essa formação. Este trabalho teve como objetivo refletir sobre as ações de ensino, pesquisa e extensão em Educação Matemática, realizadas pelo Laboratório de Educação Matemática (LaboMática) da Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central (FECLESC), *campus* da Universidade Estadual do Ceará (UECE), em Quixadá-CE. O LaboMática foi criado, em 2008, com o objetivo de proporcionar aos licenciandos o conhecimento de recursos didáticos nas aulas de Educação Matemática, ampliando-se para a formação continuada de professores. Assim, realizou-se este relato abordando as ações desenvolvidas durante o período de existência do LaboMática e se identificou sua relevância em atividades de ensino, pesquisa e extensão na formação inicial e continuada de professores.

Palavras-chave: Educação Matemática; LaboMática; Ensino; Pesquisa; Extensão.

1 INTRODUÇÃO

A Educação Matemática (EM) surgiu há pouco mais de 53 anos e, além da Matemática, estava ligada a outras áreas, como Filosofia e Psicologia, recebendo influência, também, de áreas como História e Economia, entre outras, conforme a afirmação de Fiorentini e Lorenzato (2006).

No Brasil, a EM começou a dar seus primeiros passos por volta das décadas de 1970 e 1980. Seu surgimento sofreu grande influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM) e, posteriormente, teve um avanço com a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), no ano de 1988, sendo esta pioneira na promoção de cursos de pós-graduação nessa área.

Dentro desse campo, entre outros aspectos de estudo, defende-se um novo olhar para o ensino da Matemática, tanto no ensino superior quanto na Educação Básica, buscando salientar a importância de aproximar teoria e prática, formar professores em educadores matemáticos, como também em pesquisadores.

⁷ Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central/FECLESC, andim.silva@aluno.uece.br

⁸ Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central/FECLESC, kellem.pereira@aluno.uece.br

⁹ Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central/FECLESC, francisco.eugenio@uece.br



Ao tratarem sobre essa temática, Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 12) afirmam que "[...] a EM não é apenas um campo profissional, mas também uma área de conhecimento". Ou seja, a EM é tanto uma área da pesquisa teórica quanto uma área de atuação prática, além de ser, ao mesmo tempo, ciência, arte e prática social.

O ensino da Matemática perpassa diversas dificuldades, sejam elas enfrentadas pela falta de conhecimento do conteúdo, que o responsável pela aplicação possui ou pela complexa assimilação na prática de ensino-aprendizagem. Ao analisar esses aspectos, é pensado o Laboratório de Educação Matemática (LEM), que surge com o propósito de colaborar e auxiliar a prática docente do educador matemático.

De acordo com Paques (2018), o LEM tem como função contribuir com o ensino da Matemática nos diferentes níveis de ensino, compartilhando conhecimentos e tendências e promovendo o aperfeiçoamento dos profissionais dessa área, como também colaborando com o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos.

A caracterização de um laboratório se dá, inicialmente, por um local destinado ao armazenamento de materiais e arquivos, sejam eles livros, materiais manipuláveis, transparências, filmes, entre outros. Porém, um laboratório não se limita a ser apenas um espaço destinado a guardar objetos, ele vai além disso. O LEM deve ser utilizado para fazer Matemática, seja estudar, organizar, estruturar, pesquisar, promover trabalhos, entre outras funções que caracterizam sua existência.

Nessa perspectiva, teve origem o Laboratório de Educação Matemática (LaboMática) da Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central (FECLESC), *campus* da Universidade Estadual do Ceará (UECE), na cidade de Quixadá-CE.

O LaboMática foi constituído, no ano de 2008, com o objetivo de proporcionar aos alunos dos cursos de Pedagogia e Matemática o conhecimento metodológico de recursos didáticos nas aulas de Educação Matemática, na busca de auxiliar a formação inicial dos licenciandos, estendendo-se, posteriormente, para profissionais em exercício nessa área, por meio da formação continuada.

O intuito da ação do LaboMática é aproximar o conhecimento científico (conteúdo matemático) e a forma (metodologia) de como trabalhar esse conteúdo, considerando essencial a estreita relação entre esses elementos para a efetivação de uma aprendizagem significativa.

Ao longo dos anos, foram desenvolvidas atividades dentro e fora do LaboMática com o propósito de colaborar com o ensino dentro da universidade. No decorrer do tempo e de



acordo com a experiências vivenciadas, sentiu-se a necessidade de realizar outras atividades, com abrangência para os campos da extensão e da pesquisa.

No ano de 2018, ao discutirmos sobre as experiências vivenciadas pelo LaboMática, nos seus dez anos de atuação, foi indispensável fazer uma análise acerca das atividades desenvolvidas por esse laboratório durante esse período. Este trabalho teve, pois, como objetivo refletir sobre as ações de ensino, pesquisa e extensão em Educação Matemática, realizadas pelo LaboMática.

Para tanto, realizamos a investigação que resultou neste artigo. A pesquisa foi de natureza qualitativa, do tipo documental e descritiva, utilizando projetos e relatórios de atividades do LaboMática, nos quais constam as ações propostas e as atividades realizadas, com vistas ao cumprimento dos seus objetivos. Como suporte bibliográfico, utilizamos a contribuição dos trabalhos de Lorenzato (2006), Mendes (2009), dentre outros autores.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A trajetória da Educação Matemática, no Brasil, transcorre junto com os processos históricos vividos no país, como as criações das universidades, dos cursos de licenciaturas e movimentos que marcaram a história da educação brasileira. Um exemplo é a influência do Movimento da Matemática Moderna. A Educação Matemática é compreendida como um campo de estudo dentro da área da Matemática, campo esse que possui como intuito colaborar com a estruturação de um saber pedagógico voltado para o ensino da Matemática. De acordo com Pais (2011),

A Educação Matemática é uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática (PAIS, 2011, p. 10).

Outra definição sobre a Educação Matemática é abordada por Fiorentini e Lorenzato (2006), quando afirmam que:

A EM é uma área emergente de estudos, recém-nascida, não possuindo uma metodologia única de investigação nem uma teoria claramente configurada. Podemos dizer por ora, que a Educação Matemática é uma área de conhecimento das ciências sociais ou humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem da Matemática (LORENZATO; FIORENTINI, 2006, p. 4-5).

Com os avanços ocorrentes da EM, promovendo mudanças no protagonismo docente, o professor passa a assumir um novo papel de muita importância, que necessita que ele tome



consciência e conheça o que dele é exigido nesse novo momento em que se encontra a educação. É necessário saber – ter o conhecimento – e ter domínio no ato de ensinar – transposição didática. Essa é a base para a docência, tendo sempre em vista a ideia de educação. D'Ambrosio (1997) certifica que

[...] o professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos, e isso é essencialmente o que justifica a pesquisa (D'AMBROSIO, 1997, p. 57).

Buscando contribuir com a formação desse novo professor, dentro da perspectiva da EM, defende-se a criação de laboratórios de Educação Matemática nas universidades que têm cursos de licenciatura em Matemática e/ou Pedagogia, que, além de contarem com materiais didáticos, possibilitem e promovam experiências e debates sobre assuntos relacionados ao ensino nessa área. Essa é uma maneira de colaborar com a formação inicial e com a formação continuada do docente. Sobre essa questão, De Araújo Lopes e De Araújo (2007) afirmam:

Para contribuir para o alcance de seus objetivos, deve também oferecer amplo acervo de livros didáticos, paradidáticos, obras de interesse histórico, propostas curriculares, revistas científicas, registros de experiências, artigos para pesquisas e *softwares* educativos, assim como computadores ligados a um sistema de busca pela internet. Tal acervo, intermediado por professor capacitado, certamente leva os alunos a terem uma atitude de investigação e, assim, cria-se a possibilidade de tornarem-se sujeitos críticos e criativos, participantes do seu próprio processo de aprendizagem (DE ARAÚJO LOPES; DE ARAÚJO, 2007, p. 60).

A introdução de um LEM em um campo universitário contempla diversos benefícios, tanto para aluno como para o docente, possibilita uma ampliação na abordagem metodológica do professor e colabora para uma aprendizagem que explore maneiras diferentes do modo usual. Lorenzato (2006) contempla esse pensamento, ao afirmar que o LEM

[..] constitui um importante espaço de experimentação para o aluno e, em especial, para o professor, que tem a oportunidade de avaliar na prática, sem pressões do espaço formal tradicional da sala de aula, novos materiais e metodologias, resultados de pesquisas disponibilizados na literatura, ampliando sua formação de modo crítico, ou seja, quando associado a formação docente, oportuniza a realização de atividades em que professores da educação básica e alunos de cursos de licenciatura possam refletir e elaborar sua avaliação pessoal do sistema de ensino adotado em nossas escolas e construir modelos viáveis de superação de seus aspectos negativos (LORENZATO, 2006, p. 41).



Neste sentido, surge o LaboMática na FECLESC, iniciando com atividades de ensino, depois ampliando-se para pesquisa e extensão, desenvolvendo, assim, ações que buscam melhorar e contribuir com a formação inicial e continuada dos docentes, tendo em vista sua importância no decorrer e após a vida acadêmica dos licenciandos.

As ações desempenhadas pelo LaboMática promovem uma aproximação dos discentes com o campo universitário e, além disso, valorizam a relevância que os programas de extensão e pesquisa possuem, como a partilha do conhecimento e a constituição do educador matemático. Sobre esse fato, De Assis e Bonifácio (2011) relatam que

A articulação que deve existir entre ensino, pesquisa e extensão se justifica porque os três devem estar presentes na Universidade, colaborando e complementando o conhecimento. O conhecimento advindo da extensão deve ser problematizado e divulgado por meio de uma produção científica, o ensino deve se utilizar de pesquisas para não trabalhar apenas com conhecimentos já consagrados, enfim, estes três níveis possuem uma interdependência, na qual a Universidade se baseia para desenvolver uma boa proposta de formação profissional (DE ASSIS; BONIFÁCIO, 2011, p. 41).

Ainda, dentro da promoção de benefícios, o LaboMática tem por objetivo criar experiências, sejam elas através do contato com recursos didáticos ou apenas por metodologias dentro do ensino. Essa exploração proporciona ao educador uma expansão em suas habilidades, promovendo cada vez mais conhecimento durante todo o processo da sua vivência. Ao abordar sobre esse tema, Lorenzato ressalta que

[...] A experimentação é um processo que permite ao aluno se envolver com o assunto em estudo, participar das descobertas e socializar-se com os colegas. Inicialmente, a experimentação pode ser concedida como ação sobre objetos (manipulação), com valorização da observação, comparação, montagem, decomposição (separação), distribuição. Mas, a importância da experimentação reside no poder que ela tem de conseguir provocar raciocínio, reflexão, construção de conhecimento (LORENZATO, 2010, p. 72).

O LaboMática busca colaborar com a disseminação de conhecimento através das suas atividades que exploram os pilares que compõem a universidade: ensino, pesquisa e extensão. O ensino é atribuído às atividades executadas pelos bolsistas de monitoria, que ficam incumbidos de auxiliar o professor orientador, dentro e fora de sala de aula. Além disso, a monitoria visa preparar o licenciando para a futura vida profissional, promovendo-lhe experiências docentes. De acordo com Libâneo, "... o ensino é o principal meio e fator da educação – ainda que não o único e, por isso, destaca-se como campo principal da instrução e



educação. Nesse sentido, quando mencionamos o termo educação escolar, referimo-nos a ensino” (LIBÂNEO, 2006, p. 23).

O Laboratório se compromete cada vez mais com a colaboração na formação inicial do aluno e, com relação à extensão, o LaboMática executa diversas ações promovidas pelo Programa de Extensão, dentro e fora da universidade. Concordamos com Nunes e Da Cruz Silva (2011) quando afirmam que

[...] a ideia de extensão está associada à crença de que o conhecimento gerado pelas instituições de pesquisa deve necessariamente possuir intenções de transformar a realidade social, intervindo em suas deficiências e não se limitando apenas à formação dos alunos regulares da instituição. De fato, a preocupação das universidades deve ser de formar cidadãos para atuarem no mundo. Para tanto, o currículo não pode se limitar a simples transmissão de conhecimentos (NUNES; DA CRUZ SILVA, 2011, p. 124).

As atividades executadas beneficiam os alunos-bolsistas, como também visam contribuir com o público ouvinte, com a introdução de programas que atendam às demandas internas e externas à universidade. Para a execução de ações com esse intuito, é necessário todo um processo de preparo e investigação. Dessa forma, entramos no terceiro eixo norteador universitário: a pesquisa, parte fundamental na composição de uma universidade. O Laboratório promove a pesquisa e instiga cada vez mais sua inserção através de grupos e atividades voltadas para esse segmento. Concordamos com Ventorim (2001), ao abordar que

[...] a pesquisa na formação de professores vem como uma possibilidade de rompimento com um ensino repetitivo, tradicionalmente e meramente repassador de conhecimento. Como em “cadeia”, é possível entender que a formação do professor pela pesquisa pode indicar que a sua ação docente também, por aí se encaminhará. O professor pesquisador da sua própria prática deve formar alunos pesquisadores (VENTORIM, 2001, p. 99).

Dessa forma, o Laboratório contribui, significativamente, com suas ações, modificando e complementando a formação docente do licenciando, realizada naquele meio. Lorenzato (2006) afirma que:

O LEM, então deve ser entendido como um agente de mudança num ambiente onde se concentram esforços de pesquisa na busca de novas alternativas para o aperfeiçoamento do curso de licenciatura em matemática, bem como do currículo dos cursos de ensino fundamental e médio (LORENZATO, 2006, p. 63).

Promover trabalhos que visam corroborar com a Educação Matemática, utilizando-se de segmentos cruciais para o campo universitário, é de extrema importância e de grande



reponsabilidade. O LaboMática busca cada vez mais alcançar e beneficiar a carreira docente dos licenciandos, como ainda dos profissionais da área, procurando associar atividades de ensino, pesquisa e extensão.

3 METODOLOGIA

A investigação dessa produção teve um caráter qualitativo, do tipo documental e descritivo, trazendo um relato sucinto sobre a trajetória do LaboMática na FECLESC e sua colaboração por meio do desenvolvimento de ações de ensino, pesquisa e extensão na área da Educação Matemática.

O campo de pesquisa utilizado foi o próprio LaboMática, com a utilização do seu acervo bibliográfico, de seus arquivos e de seus documentos, nos quais colhemos informações acerca dos trabalhos realizados por professores e bolsistas durante o período de sua existência, desde o início até o período de realização da pesquisa.

Utilizamos como base teórica, principalmente, os trabalhos de Lorenzato (2006) e Mendes (2009), que investigam e teorizam sobre a importância do Laboratório de Ensino de Matemática como espelho pedagógico, tanto para estudantes da Educação Básica como para professores, em formação inicial e continuada.

4 RESULTADOS

O LaboMática é vinculado ao curso de Pedagogia da FECLESC e tem sua sede em uma das dependências dessa instituição, com funcionamento nos turnos manhã, tarde e noite, horários regulares de atividades dessa Faculdade, composto, no período de realização deste trabalho (2019), por um professor coordenador, um professor colaborador e dez bolsistas, estes distribuídos da seguinte forma: quatro monitores acadêmicos, sendo um voluntário; quatro bolsistas de assistência ao estudante; e dois bolsistas de extensão.

O LaboMática é um ambiente que conta com materiais concretos e manipulativos e um acervo bibliográfico voltado para a área de Educação Matemática e pesquisa científica, ferramentas disponibilizadas aos estudantes-bolsistas e outros frequentadores, como discentes dos cursos de Pedagogia e Matemática e professores que ensinam Matemática na comunidade externa.

Ao tratar sobre esse ambiente, Lorenzato (2006) afirma que os profissionais precisam do espaço de um laboratório para melhorar o desempenho de suas funções. Consideramos, assim, que o laboratório é um espaço necessário ao professor para o desempenho da sua



prática docente, como ambiente de estudo, compartilhamento de ideias, tomadas de decisões e encaminhamentos.

O Laboratório de Educação Matemática é um ambiente que discute sobre várias metodologias nessa área, dentro de um contexto cultural próprio, com suas várias tendências no campo teórico e metodológico, como: História da Matemática, Etnomatemática, Resolução de Problemas, Jogos, Modelagem Matemática, entre outras (MENDES, 2009). Essas discussões movem as ações de ensino, pesquisa e extensão necessárias, tanto no campo teórico como no campo prático, de modo a atender as demandas apresentadas pela prática escolar.

Os trabalhos desenvolvidos no LaboMática têm como intuito proporcionar a aprendizagem e a compreensão de temas matemáticos e referências teóricas e metodológicas em Educação Matemática, procurando sempre auxiliar o procedimento de ensino-aprendizagem de seus conteúdos, através das atividades que contemplem as demandas apresentadas na formação inicial na FECLESC e na formação continuada em atendimento na comunidade externa.

Dessa forma, ao longo de seus dez anos de atuação, o LaboMática ampliou suas ações, passando a contar com atividades de ensino, pesquisa e extensão, todas destinadas ao conhecimento da Educação Matemática. Houve, portanto, a necessidade de redefinir seus objetivos, visando atender a esses três pilares do trabalho universitário.

Partindo para o campo de ensino, temos a implantação do Programa de Monitoria Acadêmica (PROMAC), coordenado pela Pró-Reitoria de Graduação (PROGRAD), que se destina a fornecer uma experiência voltada à docência para o aluno participante desse Programa, acompanhando o professor dentro e fora de sala de aula, auxiliando-o nas atividades, dando suporte aos alunos em horários destinados a tirar dúvidas e ampliar ideias em relação à disciplina na qual o aluno participa como monitor.

Assim, no campo do ensino, o LaboMática promove iniciativas que visam o conhecimento e o uso dos recursos didáticos por ele disponibilizados, nas aulas das disciplinas da área da Educação Matemática, lecionadas nos cursos de Pedagogia e Matemática. Os recursos, também, são utilizados em cursos/oficinas de formação continuada, que envolvem os profissionais da Educação Básica, em que se discute teorias e se vivencia o uso de materiais didáticos voltados para o ensino dos conteúdos matemáticos.

O emprego dos recursos didáticos nas aulas tende a oportunizar aos estudantes e profissionais um melhor entendimento acerca de conceitos estudados na Educação Básica ou Superior que, quando priorizam ou se limitam ao uso de regras e algoritmos, deixam de



proporcionar aos licenciandos e estudantes da Educação Básica o conhecimento e o uso de alternativas didáticas que proporcionam vivências significativas de ensino e de aprendizagem.

Ainda, com relação ao campo de ensino, destacamos a disponibilização de materiais, por meio de empréstimos aos graduandos, a ex-alunos que já se encontram em sala de aula e a outros professores da Educação Básica que usam os recursos do LaboMática em suas aulas. Algumas vezes, esses professores da comunidade externa são ex-bolsistas do LaboMática ou ex-alunos da FECLESC, que recorrem aos recursos didáticos do LaboMática.

As atividades de extensão, realizadas pelo LaboMática, passaram a acontecer de modo mais intenso a partir do ano de 2010, em que, juntamente com estudantes do curso de Matemática, foram promovidos minicursos e oficinas na FECLESC e na comunidade externa, com temas voltados para o ensino da Matemática. Essas atividades foram realizadas, ora com professores, ora com estudantes, como ocorrera, por exemplo, com discentes do 9º ano de uma escola na cidade de Capistrano-CE, em que dois licenciandos, um de Pedagogia e outro de Matemática, ministraram um minicurso com o uso do Ábaco.

A partir de 2016, essas atividades passaram a compor as ações desenvolvidas pelo Programa de Extensão: Formação Continuada em Educação Matemática, institucionalizado junto à Pró-Reitora de Extensão (PROEX) da UECE, contando com bolsistas de extensão dos cursos de Pedagogia e Matemática, dando assessoria ou ministrando minicursos e oficinas.

Das atividades de extensão realizadas pelo LaboMática, na FECLESC e na comunidade externa, destacamos: oficinas com o uso do Material Dourado (2009; 2010); o uso do Ábaco na compreensão do Sistema de Numeração Decimal (2010); Curso de Didática da Matemática na Educação Infantil (2011); Dia Nacional da Matemática (2011); participação na Feira de Artes e Ciências da XXII Semana Universitária da UECE/FECLESC (2017); Minicurso: Temas Elementares da Matemática Básica (2018); Minicurso: Introdução aos Espaços Métricos (2019); Minicurso: O Ensino de Fração com o uso de Material Didático (2019) e Minicurso: O Ensino da Matemática com o Uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

No que concerne à investigação científica, vimos a necessidade de desenvolver, no LaboMática, ações direcionadas à pesquisa, através da produção de trabalhos, bem como a participação dos bolsistas em eventos, com a apresentação de trabalhos, de modo que eles tivessem acesso e pudessem se inserir na cultura científica, não ficando essa atividade restrita apenas à monografia ou ao trabalho final de conclusão de curso (TCC).

Dentro do campo de pesquisa, podemos enfatizar o trabalho de iniciação científica (IC/UECE) realizado por um professor e um estudante de Pedagogia, com o objetivo de



analisar o curso de Pedagogia da FECLESC no tocante à formação do pedagogo para o ensino de Matemática. O trabalho resultante dessa pesquisa cita, como uma de suas conclusões, a importância do LaboMática como meio de complementação na formação dos licenciandos que participam desse Laboratório como bolsistas.

Acreditando que é sempre significativo e necessário por parte dos graduandos o contato com o campo da pesquisa, o LaboMática busca incentivar e auxiliar os licenciandos para que desenvolvam trabalhos nessa perspectiva, a começar pela produção de resumos e apresentação desses trabalhos em eventos, na UECE e em outras Instituições de Ensino Superior (IES).

Ainda, nessa perspectiva, foi criado o Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM), a partir do qual os bolsistas e demais participantes são orientados e direcionados à sistematização de dados inerentes às atividades realizadas no/pelo LaboMática ou em outros espaços acadêmicos, de modo a produzir resumos e/ou artigos e submetê-los a eventos, revistas ou outros meios de publicação.

As reuniões do GEEM acontecem em encontros quinzenais, oportunidade em que professores e estudantes se reúnem para discutir temáticas voltadas para essa área e, também, sobre a produção e apresentação de trabalhos dentro dos dois campos da Educação Matemática: o campo científico (teórico) e o campo profissional (prático) (FIORENTINI; LORENZATO, 2006).

Importante ressaltar as experiências ocasionadas no/pelo LaboMática, as quais resultam na definição de trabalhos de conclusão de curso, por alunos dos cursos de Pedagogia e Matemática, bem como outras formas de produção bibliográfica, como capítulos de livros, que utilizam como base os trabalhos de ensino e extensão realizados na FECLESC e na comunidade externa.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Mesmo com as dificuldades enfrentadas ao longo de sua trajetória, as atividades realizadas pelo LaboMática estão prosseguindo de forma positiva, das quais podemos destacar: a disponibilidade permitida pelo espaço da própria Faculdade, que facilita a utilização do material, por estarem próximos e disponíveis aos alunos; a participação de professores da Educação Básica nas atividades do Laboratório e o envolvimento dos alunos dos cursos de Pedagogia e Matemática com os materiais do Laboratório, possibilitando o contato com os materiais e com a bibliografia do Laboratório em momentos distintos dos horários das aulas.



Vale salientar a proposta do LaboMática de ser ele um centro de apoio aos professores da Educação Básica e alunos graduandos de Pedagogia e Matemática, propiciando um espaço de intervenção e reflexão, vivenciando ações de ensino, pesquisa e extensão, de modo integrado, aperfeiçoando o trabalho que já vêm realizando.

Desse modo, o LaboMática é um ambiente em que estudantes de licenciatura e profissionais docentes têm um contato direto com os recursos didáticos, bibliográficos, produções científicas e outros materiais lá disponibilizados, com o intuito de colaborar com a construção de seus conhecimentos científicos e pedagógicos na área da Educação Matemática.

Além disso, é necessário que professores de Matemática que atuam, principalmente na Educação Básica, procurem formas de ampliar a motivação e o interesse dos alunos pelo conteúdo ensinado, no sentido de fazer a interação entre o saber sistematizado e suas experiências, de modo a promover a contextualização do ensino, ou seja, fazer com que os discentes percebam a relação entre o conteúdo matemático e suas experiências cotidianas.

O LaboMática se apresenta, assim, como meio e como espaço de reflexão e ação acerca da Educação Matemática e como divulgação das ideias e pesquisas realizadas ao longo do tempo, objetivando a melhoria do ensino e da aprendizagem dos conteúdos matemáticos, como também a apropriação da Matemática como cultura, como saber sistematizado ao longo da história da humanidade, devendo, portanto, existir a serviço da melhoria de vida, a partir da melhor compreensão e da inserção das pessoas na sociedade.

Nesse sentido, o LaboMática vem desenvolvendo suas atividades, com suas limitações e dificuldades, mas sempre atento às demandas que vão surgindo a todo tempo, o que exige uma constante complementação, uma constante busca, que torna esse espaço ainda mais importante, na formação inicial e continuada, pois requer o trabalho permanente de aperfeiçoamento teórico e prático-metodológico (LORENZATO, 2006). Assim, mais que um Laboratório de Matemática (depósito de material didático), o LaboMática se propõe a ser um espaço de geração e compartilhamento de ideias em Educação Matemática, de modo particular, em Educação, de uma maneira geral.

Referências

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. Papirus Editora, 1997.

DE ARAUJO LOPES, J.; DE ARAUJO, E. A. O laboratório de ensino de Matemática: implicações na formação de professores. **Zetetike**, v. 15, n. 1, p. 57-70, 2007.

DE ASSIS, R. Machado; BONIFÁCIO, N. A. A formação docente na universidade: ensino, pesquisa e extensão. **Educação e Fronteiras**, v. 1, n. 3, p. 36-50, 2011.



FIorentini, D.; LOrenzato, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. – (Coleção Formação de Professores)

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez Editora, 2006.

LOrenzato, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores).

LOrenzato, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. rev. –Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de professores)

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. Ed. rev. e aum. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

NUNES, A. L. de P. F.; DA CRUZ SILVA, M. B. A extensão universitária no ensino superior e a sociedade. **Mal-Estar e Sociedade**, v. 4, n. 7, p. 119-133, 2011.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, p. 13, 2011.

PAQUES, O. **Página IMEC**. Disponível em:
<<https://www.ime.unicamp.br/extensão/laboratorio-ensino-matematica>>. Acesso em: 20 ago. 2018.

VENTORIM, S. **A formação do professor e a relação ensino e pesquisa no estágio supervisionado em Educação Física**. In: CAPARRÓZ, F. E. (Org.). Educação Física Escolar: política, investigação e intervenção. Vitória: Proteoria, 2001. p. 93 – 114.



O ENSINO DE FRAÇÃO COM MATERIAL DIDÁTICO: UMA EXPERIÊNCIA COM O USO DO FRACSOMA

Dianara Figueirêdo Freire¹⁰
Maria Glécia Monteiro Coelho¹¹
Francisco Edisom Eugenio de Sousa¹²

Resumo:

Na atualidade, ainda, continua uma defasagem no ensino de Matemática, o que impulsiona buscas de metodologias alternativas, visando a superação das dificuldades nessa disciplina. Assim, este trabalho trata de uma experiência de formação com o ensino de fração, proporcionada em uma atividade realizada por bolsistas do Programa de Extensão: Formação Continuada em Educação Matemática, na FECLESC, *campus* da UECE, em Quixadá-CE. Este artigo teve, pois, como objetivo analisar a influência do minicurso sobre o ensino de fração com o uso do fracsoma, na formação didática dos bolsistas-ministrantes e cursistas. A investigação, que é qualitativa, foi desenvolvida por meio de um estudo de caso, tendo como campo de pesquisa a sala de aula da FECLESC, em que foi realizado o minicurso e como sujeitos os três ministrantes e os onze cursistas que participaram da formação. Com este trabalho, verificou-se a relevância do minicurso com o fracsoma na formação didática dos ministrantes e participantes do minicurso.

Palavras-chave: Ensino de Fração; Material didático; Fracsoma.

1 INTRODUÇÃO

Na atualidade, ainda, verifica-se uma defasagem no ensino de Matemática. Com isso, tem continuidade o crescimento significativo da área da Educação Matemática, com o objetivo de propor e experimentar diferentes metodologias de ensino, visando o aperfeiçoamento dessa disciplina no ambiente escolar, de modo que os conteúdos matemáticos sejam bem vistos e aprendidos pelos alunos.

Para tanto, cresce, a cada dia, as pesquisas e as experiências no campo da Educação Matemática, com vistas ao aprimoramento do trabalho docente e consequente assimilação dos estudantes em relação ao saber matemático escolar. Assim, aumenta o número de grupos de estudos e de tendências, teóricas e metodológicas, tais como: Novas Tecnologias, História da Matemática, Resolução de Problemas, Etnomatemática e o uso de Materiais Didáticos, com a intenção de mudar a visão que os alunos e a sociedade têm da Matemática.

Levando em consideração que os educandos têm uma forte tendência a não gostarem de Matemática, destacamos o quanto são importantes os estudos e pesquisas que contribuam para

¹⁰ Universidade Estadual do Ceará/UECE, dianara.freire@aluno.uece.

¹¹ Universidade Estadual do Ceará/UECE, glecia.coelho@aluno.uece.br.

¹² Universidade Estadual do Ceará/UECE, francisco.eugenio@uece.br.



essa área de estudos, para desmistificar o olhar negativo sobre essa disciplina e levar os educandos a perceberem o quanto ela é importante no nosso cotidiano.

Diante disso, conseguimos observar o importante papel do docente de Matemática, pois ele é um dos principais emissores do conhecimento matemático. Assim, “[...] é importante que o professor entenda que a Matemática estudada deve, de alguma forma, ser útil aos alunos, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar sua realidade” (D’AMBROSIO, 1993, p. 35).

Dessa forma, percebemos a necessidade de políticas públicas e programas educacionais que invistam na formação continuada dos docentes de Matemática, para que os mesmos não tenham resistência às novas propostas/metodologias sugeridas na busca do aperfeiçoamento dessa disciplina. Essa resistência é criada por alguns profissionais que não tiveram formação inicial adequada ao novo contexto em que estamos inseridos ou não têm conseguido acompanhar as mudanças exigidas atualmente, que demandam o constante processo de formação.

Tendo em vista essa realidade, foi criado o Programa de Extensão: Formação Continuada em Educação Matemática, com o objetivo de dar suporte às ações didáticas de professores de Matemática da Educação Básica. O referido Programa de Extensão é uma das atividades do Laboratório de Educação Matemática – LaboMática, da Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central – FECLESC, *campus* da Universidade Estadual do Ceará – UECE, localizada na cidade de Quixadá-CE.

Esse trabalho de extensão objetiva expandir o ensino de Matemática, proporcionando formações, através de minicursos, oficinas, seminários temáticos, dentro da Universidade, para licenciandos de Pedagogia e de Matemática e, na comunidade externa, para professores em exercício docente. Assim, possibilita aos seus estudantes-bolsistas atividades como: visitas às escolas; estudos de materiais didáticos manipuláveis e outros; ministração de minicursos e incentivo a pesquisas em torno dessas atividades, visando o aperfeiçoamento do ensino da Matemática e oficinas didáticas com os docentes que estão atuando em sala de aula, ao passo que aprimora a formação inicial dos graduandos.

Dessa maneira, foi através de visitas às escolas que os bolsistas do LaboMática identificaram dificuldades dos educandos em relação ao estudo de fração e, também, dos professores em encontrar metodologias mais dinâmicas para suas aulas com esse conteúdo. Isso inquietou os licenciandos, visto que esse conteúdo é fundamental para os estudantes, pois eles o encontram, facilmente, em suas experiências do cotidiano, como: divisão e distribuição



de uma pizza; contagem de dinheiro e divisão de um bolo, em suas casas ou no momento da merenda escolar.

Desse modo, constatamos a importância da aprendizagem desse conteúdo matemático pelos alunos. Nesse sentido, concordamos com Guerra (1992 *apud* SANTOS; SOUZA, 2014, p. 2), ao declarar que: “é preciso que o professor passe as noções de fração aos alunos, tendo como norte do trabalho estimular o raciocínio da criança, levando-a a compreender os conceitos matemáticos abstratos a partir de situações concretas e lúdicas”.

Com base nessa constatação, chegamos às seguintes indagações: qual a influência da ministração de um minicurso na formação inicial dos bolsistas? Qual a percepção dos cursistas sobre o uso do fracsoma no ensino de fração?

Na intenção de responder a esses questionamentos, desenvolvemos este trabalho, que teve como objetivo analisar a influência do minicurso sobre o ensino de fração com o uso do fracsoma, na formação didática dos estudantes-bolsistas ministrantes e cursistas.

A pesquisa foi desenvolvida a partir do minicurso “O ensino de fração com material didático”, dentro do Programa de Extensão: Formação Continuada em Educação Matemática. O minicurso teve duração de 20 horas, no decorrer de cinco semanas, realizado na FECLESC, tendo como participantes licenciandos e professores de Matemática, com o propósito de vivenciar o ensino de fração de um modo mais prático e dinâmico.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A compreensão da Matemática é fundamental para a leitura da realidade e consequente inserção dos indivíduos na sociedade. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997, p. 19): “a Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar”. Por isso, segundo, ainda, os PCN: “a matemática precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente” (Ibid., p. 19).

Dessa maneira, Santos (2007, p. 50) postula que: “essa disciplina tão necessária e presente nas ações diárias é interpretada por muitos como algo que se pode evitar, e muitos tentam evitá-la por toda a vida, por sentirem-se incapazes de aprendê-la”. É preciso, assim, que os professores assumam posturas diferentes em relação ao ensino de Matemática. Nesse sentido, Santos argumenta:



[...] ser preciso também uma mudança de atitude dos professores, pois muitos ainda partem do automatismo para a compreensão, colocando os alunos diante de regras e fórmulas sem significado, sem fazer relação alguma com a realidade do aluno, atingindo somente a parte superficial do aprendizado, mas achando que está agindo corretamente, porém o resultado é um aprendizado imediatista, com pouca compreensão (SANTOS, 2007, p. 31-32).

Sendo o professor um dos principais intermediários do conhecimento matemático, compartilhamos com a ideia de Santos (2007, p. 29-30), ao alegar: “é importante que a formação inicial do professor para o ensino de Matemática contemple conteúdos, metodologias e teorias de aprendizagem, e que esses estudos venham contribuir de forma eficaz para subsidiar a relação da teoria com a prática [...]” Mesmo assim, existem lacunas na formação inicial, que refletem na prática docente.

Tratando-se da formação continuada de professores, esta, também, necessita de um olhar crítico, visto que esses profissionais estão formando uma sociedade que avança constantemente. Nesse sentido, Hengemuhle afirma que:

A sociedade se transforma, os meios de produção exigem novo modelo de formação. As redes de comunicação levam informações, ao mesmo tempo, a lugares nunca antes atingido. As pessoas, em especial as crianças e jovens, não são mais pessoas de um local restrito. Tornam-se pessoas do mundo (HENGEMUHLE, 2008, p. 11).

Imbernón (2010, p. 31) nos alerta que “[...] o futuro requererá professores e uma formação inicial e continuada muito diferentes, pois o ensino, a educação e a sociedade que o envolvem serão também muito distintos”. Ainda, sobre formação docente, esse mesmo autor afirma que: “afinal, são eles, [...] os executores das propostas educativas, os que exercem sua profissão em escolas concretas, situadas em territórios com necessidades e problemas específicos” (Ibid., p. 30). Isso demonstra o quanto é essencial investir nos professores, tanto os que estão em formação como os que estão exercendo funções na docência.

Os PCN reforçam esse imperativo e advertem “[...] que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos desprovidos de significados para o aluno” (BRASIL, 1997, p. 15). É preciso, então, que o professor reveja suas práticas pedagógicas. Dando continuidade, os PCN (Ibid., p. 15) argumentam que: “... há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que a sociedade reclama”.

Por conseguinte, um tema que merece ser revisto na Matemática é o ensino de fração, posto que a maior parte dos alunos não assimila esse assunto de forma adequada. Com isso,



percebemos a importância de buscar novas estratégias ao trabalhar com esse conteúdo matemático. Portanto, compactuamos com a concepção de Lopes, ao apontar que:

A aprendizagem de frações não se dá com definições prontas, nomenclatura obsoleta e pseudo-problemas sobre pizzas e barras de chocolates. Os professores deveriam ter atenção para as complexidades que envolvem conceito tão delicado. Os obstáculos à aprendizagem são muitos e de várias naturezas (LOPES, 2008, p. 7).

Consequentemente, percebemos a necessidade de compor novos objetos de estudos/pesquisas na área de frações, a fim de que seus resultados possam ajudar o professor na sala de aula. Nas conclusões de seu estudo, Santos (2007, p. 53) ressalta que a preparação do docente em relação a esse conteúdo “[...] deve contemplar o manejo de material concreto para promover de forma gradual o desenvolvimento das propriedades mentais, de forma que ele em seguida possa trabalhar abstratamente”. Com isso, percebemos que o docente tem a necessidade de saber manusear os materiais didáticos, para que sua aula com esses objetos não se torne algo sem significado.

Os Materiais Didáticos (MD) são fortes aliados ao ensino de Matemática. Concordamos com Lorenzato (2006, p. 19), ao mencionar que os MD “[...] facilitam ao aluno a realização de redescobertas, a percepção de propriedades e a construção de uma efetiva aprendizagem”. Dessa maneira, o discente deve “[...] compreender que a matemática longe de ser um bicho papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar” (Ibid., p. 25). Assim, verificamos a importância de atividades que ajudem os professores a entender esses materiais didáticos, principalmente, quando se trata dos relacionados à fração.

3 METODOLOGIA

Esta pesquisa, de natureza qualitativa, foi desenvolvida por meio de um estudo de caso, com catorze sujeitos, incluindo os três ministrantes do minicurso e onze cursistas, distribuídos da seguinte forma: um professor do Ensino Fundamental; dez graduandos, sendo oito de Matemática, um de Biologia e um de Química.

O minicurso “O ensino de fração com material didático” teve duração de cinco semanas, com carga horária de vinte horas e foi realizado nos dias de terça-feira, no turno manhã, na FECLESC. A formação teve como material didático principal o fracsona, abordando os seguintes conteúdos: equivalência, soma, subtração, multiplicação, divisão e comparação de frações.



Na realização da investigação, foram utilizadas as seguintes estratégias: aplicação de questionário no início e no final do minicurso e observações feitas no período do minicurso, que teve início no dia 30 de julho de 2019 e se estendeu até o dia 27 de agosto do mesmo ano.

Em relação à aplicação do questionário, o primeiro buscava saber como estavam os participantes em relação ao tema proposto, tendo como principais as seguintes perguntas: o que você entende pela palavra fração? O que seriam duas frações equivalentes?

Quanto ao segundo questionário, este teve a intenção de saber a percepção dos participantes sobre o minicurso, com indagações do tipo: de acordo com o uso do fracsoma neste minicurso, você utilizaria esse recurso nas suas aulas? Por quê? E, por último, foi questionado sobre a influência do minicurso na formação inicial ou continuada dos participantes.

Na produção do trabalho, usamos, para embasamento teórico, os seguintes autores: D'Ambrósio (1993), Santos (2007), Santos e Souza (2014), Hengemuhle (2008), Lopes (2008), Lorenzato (2009) e Imbernón (2010), assim como os PCN (BRASIL, 1997).

4 RESULTADOS

Com as observações desse minicurso, identificamos a fragilidade dos participantes com o conteúdo de fração. Em uma conversa inicial sobre esse assunto, muitos alegaram não conhecer sua história e tiveram dificuldades para dizer a utilidade desse conteúdo em situações do cotidiano. Vale ressaltar que cerca de 80% dos participantes estavam cursando ou já tinham cursado licenciatura em Matemática, ou seja, a maioria dos cursistas tinha dúvidas acerca de um tema que, com certeza, será tratado em suas aulas.

Também, pedimos que os participantes escrevessem o que eles entendiam pela palavra fração. Muitos responderam que era uma divisão, outros mencionaram tratar-se de razão. De fato, eles não estavam totalmente errados, visto que essas palavras têm relação com o conceito de fração. No entanto, percebemos que a maioria deles não tinha assimilado o referido conceito de forma clara, pois apenas um respondeu à questão de forma precisa, segundo a Matemática enquanto saber científico.

Observemos algumas respostas registradas: “são um conjunto de números, onde dividimos os números”; “a forma de dividir alguma coisa, através de dois números; “um número que pode ser escrito da forma a/b , com a e b pertencentes ao conjunto dos números inteiros, com $b \neq 0$. A parte de um todo”.

Percebemos, portanto, por meio das respostas a essa questão, que muitos dos cursistas não assimilaram o conceito de fração ao longo da sua vida acadêmica. Para nos ajudar a

conceituar fração, utilizamos a História da Matemática, uma forte aliada ao ensino dessa disciplina, pois apresenta o surgimento dos conceitos matemáticos, ou seja, demonstra qual problema foi encontrado para que surgissem as frações. Averiguamos, assim, que, depois dessa conversa, muitos compreenderam o que é fração, tendo em vista o que fora demonstrado no final do minicurso.

Em seguida, partimos para a utilização dos materiais didáticos: fracsoma e régua fracionária. O primeiro tem 43 peças, sendo mais fácil o manuseio e o segundo possui a mesma finalidade do fracsoma, porém tem 265 peças, sendo mais propício para a multiplicação e divisão de frações. Esses materiais são constituídos por uma barra tida como o todo e as outras peças são frações desse todo. Isso pode ser observado nas fotos a seguir:

Figura 1



Fonte: Autor 1 (2019).

Figura 2



Fonte: Autor 1 (2019).

No decorrer do minicurso, abordamos equivalência, comparação, soma, subtração, multiplicação e divisão de fração com o fracsoma, a fim de que os cursistas relembassem esses conteúdos, com o uso desse material. Notamos que muitos dos participantes tinham aversão à fração, pois foram ensinados apenas com os algoritmos, conforme suas declarações.



Quando trabalhamos o conteúdo equivalência de frações, muitos alegaram a praticidade do material. Por ele ser palpável, eles poderiam sobrepor as frações (peças) equivalentes e verificar que elas representam a mesma parte do todo.

Muitos ficaram surpresos ao descobrir o significado do Mínimo Múltiplo Comum – MMC através da equivalência. Quando foram indagados sobre a influência do minicurso em sua formação, as respostas foram as seguintes: “trouxe para mim outro conhecimento e tirou dúvidas que eu tinha sobre frações”; “influenciou bastante, pois se aprendo isso logo no início do curso, terei melhor entendimento para aplicá-lo na continuação da minha vida acadêmica e profissional em sala de aula”; “aprender novos mecanismos para o ensino de fração”.

Por meio dessas respostas, pudemos averiguar o quanto é importante inovar nessa área, já que estamos conscientizando professores e graduandos de que existem métodos diversificados para se aprender Matemática, que vão muito além do quadro e pincel. Prosseguindo, verificamos, também, que, após o minicurso, todos responderam que utilizariam o fracsoma nas suas aulas e justificaram o porquê, provando a utilidade desse material didático. Observemos algumas das justificativas: “ele potencializa o conhecimento em relação às frações de forma prática”; “facilita o aprendizado dos alunos, pois com o fracsoma fica mais fácil observar e aprender frações”; “para apresentar de forma material [concreta] as operações com frações”.

À vista disso, conseguimos fazer com que os cursistas percebessem a importância do material didático no ensino de fração, uma vez que, na indagação sobre a importância do MD, de forma geral, eles alegaram que: “é uma forma prática literal de entender o conteúdo”; “bastante, tendo em vista que com o MD eu consigo absorver melhor o conteúdo, pois o MD tem grande importância na aprendizagem”.

Assim, notamos a relevância do minicurso como atividade de extensão, por propiciar atividades que auxiliam docentes e graduandos com novas metodologias para o ensino de Matemática.

É importante ressaltar que o minicurso contribuiu, também, na formação inicial dos discentes que o ministraram, uma vez que desempenharam, na prática, o papel de professores, uma vez que tiveram que planejar e executar aulas, tornando-se, portanto, um exercício de autoconfiança em relação à oratória, visto que precisaram adquirir a habilidade de falar em público, já que faz parte do trabalho docente.

Além disso, identificaram, desde então, elementos que irão acompanhá-los quando profissionais na carreira docente. Como exemplo, pode ser citado o caso em que o conteúdo



foi explicado, mas o cursista não o compreendeu e foi preciso buscar uma nova maneira de ensiná-lo, até que ele pudesse internalizar o assunto.

Ressaltamos, também, que o minicurso mostra aos bolsistas a importância do professor investigador, dado que, para sua elaboração e execução, exige pesquisar, sondar e, conseqüentemente, analisar e recolher informações, possibilitando realizar trabalhos acadêmicos que contribuirão para a formação de outros, simultaneamente, municiando-os de ferramentas para o trabalho docente, que auxiliarão de forma eficaz o ensino-aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando os objetivos deste trabalho, constatamos o quanto o material didático é relevante no ensino de Matemática. Através do minicurso, foi possível verificar a dimensão da aplicabilidade do fracoma, ou seja, a importância do uso desse material manipulável nas aulas de fração, pois, por meio dele, os alunos observarão o conteúdo mencionado de forma concreta e clara, colaborando para um ensino de Matemática prático e dinâmico.

Consideramos que essa atividade foi essencial na vida acadêmica e profissional dos cursistas, visto que eles tiveram a oportunidade de aprender novos meios de ensino, aliando a teoria com a prática, como também enriquecendo os seus currículos e percebendo que o professor pode inovar na Matemática, buscando desmistificar o olhar contrário que muitos discentes têm em relação a essa disciplina, mostrando-lhes que ela é indispensável na vida do ser humano.

Dessa maneira, o ato de conduzir o minicurso foi primordial na nossa formação inicial. Tivemos a oportunidade de pesquisar e aprender novas metodologias no ensino de fração, aplicando-as como docentes. Por isso, cabe ressaltar os Programas de Extensão, principalmente o citado nesta pesquisa, que vem desenvolvendo investigações e atividades fundamentais para a Educação Matemática, envolvendo seus bolsistas em descobertas, que refletem no seu futuro ambiente de trabalho, contribuindo com a formação de professores críticos para o ensino de Matemática.

Referências

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva. **Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio**. Pró-posições. Campinas, SP, v. 4, n. 1 (10), 1993, p. 35-41.



HENGEMUHLE, Adelar. **Formação de professores: da função de ensinar ao resgate da educação.** Petrópolis – RJ, vozes, 2008.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação continuada de professores;** tradução de Juliana dos Santos Padilha. Porto Alegre: Artmed Editora, 2010.

LOPES, Antonio José. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Bolema**, Rio Claro (SP), n. 31, p. 1 a 22, 2008.

LORENZATO, Sergio (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas – SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores).

SANTOS, Maria José Costa dos. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial.** 2007. 131f. Dissertação (Mestrado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará – UFC, Ceará.

SANTOS, Maria José Costa dos; SOUZA, Antonio Marcos de. **O conceito de frações: construção complexa para alunos de pedagogia.** In: FÓRUM INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA, 6, 2014, Santa Maria – RS. Anais... Realize, 2014.



CÁLCULO MENTAL NAS AULAS DE MATEMÁTICA: COMPREENSÃO E UTILIZAÇÃO POR PARTE DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Hugo Ricardo Lima¹³
Francisco Edisom Eugenio de Sousa¹⁴
Carlos Ian Bezerra de Melo¹⁵*

Resumo:

Em meio às metodologias que amenizam os problemas encontrados no ensino da Matemática, o cálculo mental é indicado como estratégia por trabalhar o raciocínio lógico e fazer com que os estudantes criem seus próprios métodos de resolução de problemas, ampliando seu repertório de conhecimentos matemáticos. Este trabalho teve por objetivo analisar a compreensão dos professores que ensinam Matemática, em uma escola do interior do Ceará, a respeito de cálculo mental e da influência desse entendimento em suas práticas docentes. A pesquisa, que é qualitativa, consistiu em um estudo de caso e teve como sujeitos sete professores e como instrumento de coleta de dados um questionário misto. Os resultados apontam que parte dos professores não utiliza cálculo mental devidamente. Concluiu-se que essa estratégia precisa ser abordada na formação inicial e continuada, devido à sua importância e ao pouco conhecimento dos docentes a respeito do assunto e, ainda, por ser mais utilizada em sala de aula.

Palavras-chave: Cálculo mental; Aulas de Matemática; Compreensão de professores.

1 INTRODUÇÃO

Na atualidade, a Educação Básica no Brasil tem enfrentado vários problemas e um deles se encontra no ensino da Matemática, visto que os professores se deparam, dentre outras dificuldades, com as limitações dos alunos em relação à aprendizagem dos conteúdos. Tendo em vista essas dificuldades, os docentes buscam procedimentos para melhorarem a aprendizagem dos discentes em sala de aula e, com isso, vêm utilizando como método algumas das principais tendências em Educação Matemática e inovações metodológicas.

Uma das dificuldades desse aprendizado se dá pela não abstração dos conceitos matemáticos, que, por sua vez, deve-se, em parte, ao mau uso das novas tecnologias. A respeito desse assunto, Nunes e Bryant (1997, p. 17) afirmam que “as calculadoras e computadores extraíram muito do trabalho penoso que gerações passadas consideravam tão pouco atraente”.

Essa facilidade em resolver contas com o uso da calculadora diminui o tempo gasto na resolução e faz com que não seja algo cansativo para muitas pessoas, uma vez que auxilia o trabalho. Por outro lado, perde-se no quesito raciocínio, já que não se emprega a mente no

¹³ Escola de Ensino Médio Cônego Luiz Braga Rocha, vascohugo1995@gmail.com.

¹⁴ Universidade Estadual do Ceará/UECE, francisco.eugenio@uece.br.

¹⁵ Universidade Estadual do Ceará/UECE, ian.melo@aluno.uece.br.



sentido de realizar, propriamente, os cálculos mentais necessários para a resolução da conta, fazendo com que muitos conceitos não sejam completamente compreendidos e/ou fiquem esquecidos.

Isso posto, as pesquisas realizadas sobre esse assunto e a observação de uma experiência no período do Estágio Supervisionado, por parte de um dos autores, direcionaram-nos à curiosidade de constatar o que os professores do Ensino Fundamental sabem sobre cálculo mental, se e como o utilizam em suas aulas. De modo que o objetivo desta pesquisa consistiu em analisar a compreensão dos professores de Matemática de uma determinada escola cearense, localizada na região do Sertão Central, a respeito de cálculo mental e da influência desse entendimento em suas práticas docentes.

A realização deste trabalho se justifica pela necessidade que temos, atualmente, de buscar conhecer e vivenciar alternativas metodológicas para o ensino de Matemática e pela importância atribuída às inovações matemáticas como um meio facilitador no ensino dos conteúdos, que podem contribuir com a prática docente, trazendo benefícios para a aprendizagem dos alunos nessa disciplina. Entendemos, ainda, que a realização deste trabalho poderá trazer uma contribuição para o aperfeiçoamento da prática docente e representa uma aproximação entre teoria e prática, a partir do conhecimento e da compreensão do cálculo mental.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No contexto escolar, a Matemática vive um paralelo, pois, por muitos, é vista como uma disciplina de suma importância e, por outros, como uma matéria complicada de aprender. Nesse cenário, faz-se necessário lançar mão de técnicas e instrumentos que facilitem uma melhor compreensão do conteúdo, efetivando o intuito da aula. O cálculo mental é, dentre outras, uma estratégia importante para essa finalidade, já que estimula os estudantes a obter várias habilidades. Podemos iniciar questionando, portanto, o que é essa prática e como podemos defini-la. Carvalho (2011), com esse fim, argumenta:

É um cálculo efetuado exclusivamente “de cabeça” ou é possível recorrer-se ao registro escrito quando se efetua cálculo mental? Por exemplo, no Dicionário Enciclopédico Luso-brasileiro VI (publicação de 1991) define-se cálculo mental como uma “operação aritmética, feita de memória, sem auxílio de sinais escritos” (p.428). No entanto, para Taton (1969) o cálculo mental e escrito é semelhante uma vez que ambos usam do mesmo encadeamento de operações (TATON, 1969 *apud* CARVALHO, 2011, p. 1).



Segundo Taton (1969), citado por Carvalho (2011), o uso do cálculo mental não é feito somente por meio da memória, pois, com a utilização do algoritmo, o cérebro trabalha as operações básicas para obter-se o resultado. Alguns alunos não precisam usar o papel ou a calculadora para obter as respostas, podendo utilizar apenas a mente. No entanto, quando praticamos a conta no papel, utilizando o algoritmo, mobilizamos o raciocínio por meio de conceitos matemáticos. Isso, porque

[...] o cálculo escrito executado de memória não é mais do que uma forma de cálculo mental adaptado. Buys (2001) e Bourdenet (2007), defendem que o cálculo mental não se deve restringir ao operar “de cabeça”, mas que a utilização de papel e lápis para cálculos intermédios pode ser útil. Assim, a definição de cálculo mental não é unânime embora o “calcular com a cabeça” seja uma ideia mais forte do que o “calcular de cabeça” uma vez que no cálculo mental são mobilizadas estratégias que permitem rapidez e eficiência na resposta, podendo, como defendem diversos autores, ser utilizado papel e lápis para cálculos intermédios (CARVALHO, 2011, p.2).

Entretanto, é importante salientar que, em alguns casos, quando os estudantes utilizam essa abordagem, não estão usando, de fato, a “cabeça”, pois estão presos à prática de fazer contas ou resolver problemas com os algoritmos, sem entender o que fazem, não desenvolvendo o raciocínio lógico, ou mesmo, não buscam saber por que há determinada fórmula que apresenta um resultado correto, além de não executarem a partir de seus próprios métodos.

Outra definição possível de cálculo mental é: o “[...] conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados” (PARRA, 1996, p. 195 *apud* OLIVEIRA, 2015, p. 22). Nessa definição, o cálculo mental se integra com a resolução de problemas, não se prendendo ao uso do algoritmo já fixo e criando seu jeito próprio de resolver um problema qualquer.

O algoritmo, para certos alunos, torna-se algo robotizado, porque não se entende bem o que se está fazendo, ou seja, os conceitos matemáticos por trás das operações são pouco mobilizados, podendo ser esse um dos motivos de se ver a Matemática como uma disciplina complicada. E uma diferenciação entre esses conceitos se faz necessária, como vemos abaixo:

A distinção entre cálculo algorítmico e cálculo mental não reside no fato de que o primeiro seja escrito e o segundo não. O cálculo algorítmico utiliza sempre a mesma técnica para uma operação dada, quaisquer sejam os números. Em contrapartida, ao se proporem um trabalho de cálculo mental não se espera uma única maneira de se proceder. Espera-se um uso de estratégias pessoais, criativas e que demonstrem compreensões dos números implicados. Por isso, a execução mental do algoritmo convencional não consiste em cálculo mental (SANTOS, 2014, p. 43).



O uso do algoritmo, muitas vezes, não é capaz de satisfazer algumas situações de problemas e deve vir com o auxílio do raciocínio ou através do cálculo mental. Os procedimentos de cálculo mental estão além da agilidade, de modo que “[...] é preciso desmistificar a ideia de que a importância do trabalho com o cálculo mental se alicerça na rapidez dos cálculos, ou seja, fazer associação entre o cálculo mental e os cálculos rápidos é um equívoco” (OLIVEIRA, 2015, p. 22).

O desenvolvimento do cálculo mental, conforme foi observado pelos autores, fortalece o raciocínio e ajuda a criar vários procedimentos, tais como lidar com problemas diversos da Matemática e esses métodos devem começar com as crianças para que, quando chegarem às turmas mais avançadas, os alunos estejam acostumados a pensar matematicamente. Isso, visto que “[...] o cálculo mental permite à criança calcular livremente, sem restrições, permitindo-lhe desenvolver novas estratégias de cálculo ou usar números de referência e estratégias que já possui” (BUYS, 2001 *apud* CARVALHO, 2011, p. 2). Sendo assim, o cálculo mental:

Visa algo além da rapidez de cálculos e da extinção do registro escrito, deve-se focar a atenção no desenvolvimento de estratégias de resolução. Tais estratégias devem envolver criatividade, criticidade e autonomia de escolha, e não se fundamentar em procedimentos “certos” ou “errados”, mas sim por uma questão de habilidade e segurança individual para a resolução do problema (OLIVEIRA, 2015, p. 23).

Ainda, segundo Oliveira (2015), o cálculo mental está para além de simplesmente desenvolver técnicas e procedimentos para resolver um determinado cálculo, e sim fazer com que os alunos “sejam capazes de articular o conhecimento já adquirido com uma situação de aprendizagem nova, enfrentando desafios sem se ater à busca de algoritmos ou fórmula que levem à resposta” (OLIVEIRA, 2015, p. 24-25).

Ao abordar esse tema, o documento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma que, nas turmas iniciais do Ensino Fundamental, ao trabalhar-se cálculos, “[...] espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras” (BRASIL, 2018, p.266).

Pode-se observar, nesse referencial curricular, que as preocupações em trabalhar o cálculo mental acontecem, principalmente, nas séries iniciais. Ao analisar o documento, percebe-se que, do 2º ao 5º ano, existem habilidades que tratam a respeito do cálculo mental; já nas turmas finais do Ensino Fundamental, apenas no 7º ano. No Ensino Médio, por sua vez,



pouco se fala da utilização do cálculo mental ou se os professores devem abordá-lo em sala de aula.

3 METODOLOGIA

No propósito de responder à principal pergunta desta pesquisa, os procedimentos metodológicos da investigação que utilizamos têm por base a pesquisa qualitativa, realizada através de um estudo de caso, por ser considerado o mais adequado tipo para nossos propósitos (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 109-110).

Para a realização da investigação, foi selecionado como campo de pesquisa uma escola de Ensino Fundamental, localizada em uma cidade do Sertão Central do Ceará. Tal escolha se deu pelo fato de contarmos, em uma mesma instituição, com dez professores de Matemática, do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, quantidade considerada adequada para a pesquisa.

No período de realização da pesquisa, a escola contava com um quadro de 19 docentes, dos quais, como já dito, dez lecionavam Matemática. Entramos em contato com os professores, esclarecendo-os sobre a pesquisa, seus objetivos e termos, conforme recomenda a resolução nº 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde, em termos de pesquisas com seres humanos, e convidando-os a participar. Com a rejeição de três professores, contamos com sete sujeitos neste estudo.

Em tratando-se da formação, nenhum de nossos pesquisados possui licenciatura em Matemática, embora haja um com formação em Ciências, com habilitação em Matemática e Física, sendo, assim, habilitado para ensinar os conteúdos matemáticos nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Além disso, dois outros professores possuem graduação em Pedagogia, o que também os habilita, legalmente, para lecionar nos anos iniciais dessa etapa de ensino. Em suma, mais da metade dos professores-sujeitos atuam em uma área para a qual não são devidamente formados.

Utilizamos como instrumento de coleta de dados um questionário misto, com questões abertas e fechadas, estruturado em duas partes. A primeira se referia à identificação do professor e a segunda parte era composta por dez questões acerca do tema da pesquisa.

4 RESULTADOS

Diante dos problemas já mencionados no ensino de Matemática, buscamos, inicialmente, identificar quais dificuldades eram encontradas e quais metodologias o professor tem trabalhado em sala de aula para superar os obstáculos apresentados em suas turmas, se os mesmos utilizam resolução de problemas, se usam cálculo mental ou se pensam a respeito



dessa estratégia. Assim, a pergunta inicial foi a seguinte: “Quais são as maiores dificuldades que você encontra, atualmente, em relação ao ensino de Matemática?”.

De acordo com os depoimentos, os docentes afirmam como principais fragilidades: deficiências no saber matemático dos estudantes e falta de concentração dos mesmos, esta mais ligada a questões internas da sala de aula, voltadas a aspectos didáticos; problemas relacionados à infraestrutura, como também à falta de transporte escolar e a questões familiares; a falta de participação do aluno e de formação para aplicação de “aulas diferentes”.

Para entender como os docentes têm lidado com esses obstáculos em sala de aula, indagamos: “Qual a metodologia usada para tentar trabalhar as dificuldades vivenciadas na escola?”. De acordo com as respostas mais comuns, para superar os problemas, foram mencionadas as seguintes estratégias: conversa com os alunos; questionamento com os gestores escolares acerca das deficiências de aprendizado dos estudantes; uso de material concreto para tirar dúvida; o trabalho com problemas de acordo com a realidade do aluno; uso de jogos concretos para despertar atenção; prática pedagógica mais dinâmica, significativa e de qualidade e exposição do conteúdo de forma lúdica.

Notavelmente, existe uma preocupação por parte de alguns docentes em expor o conteúdo de forma lúdica e mais pedagógica, para que se aproxime da realidade do aluno e para que esse possa vir a adquirir o conhecimento matemático. O Professor A destaca que faz uso de jogos “[...] pesquisados na internet e também a utilização de alguns jogos já adquiridos nas formações dos professores na Secretaria da Educação, no Programa Mais PAIC”. Já o Professor C tenta uma prática pedagógica mais dinâmica, com o objetivo de fazer o aluno “[...] sentir-se seguro na própria capacidade de construir seu próprio conhecimento ‘matemático’, apesar da resistência no processo de ensino e aprendizagem”.

Vale ressaltar que o professor não deve usar uma estratégia inovadora somente por ser nova. Tomando, como exemplo, o jogo, o indicado é que se busque, nessa prática, o saber matemático, levando o aluno a pensar e aprender brincando. Assim, deve ocorrer em todas as práticas que utilizam esse recurso, como apontam Fiorentini e Miorim (1996, p. 9):

O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina.

Para entender mais detalhadamente como os professores aplicam essas metodologias, foi perguntado que etapas ou passos eles utilizam em suas aulas de Matemática. Das respostas



para essa pergunta, destacamos o que escreveu o Professor D, ao apontar como um dos seus passos em sala de aula: “rever o conteúdo da aula anterior é de suma importância, e o primeiro passo é se fazer isso oralmente”.

O mesmo, indiretamente, busca com essa ação didática retomar os conhecimentos prévios para relacionar com os novos saberes, que serão repassados. Tal preocupação, também, perpassa os discursos dos Professores A, B e C, para que possam então decidir o que fazer, como articular e reforçar algumas bases do saber matemático e, assim, relacioná-las com uma nova.

Presente entre as metodologias apontadas e de acordo com Parra (1996 *apud* OLIVEIRA, 2015), a resolução de problemas é um método importante para a aprendizagem do aluno, pois o uso dessa metodologia poderá proporcionar o desenvolvimento do cálculo mental e escrito dos estudantes. Isso posto, buscando identificar se os professores realmente utilizam o cálculo mental em suas aulas, foi questionado se eles fazem o uso da resolução de problemas e, em caso de resposta afirmativa, qual momento da aula se dava essa utilização.

Os relatos dos docentes mostram que todos usam a resolução de problemas em suas práticas em sala de aula. Conforme Oliveira (2015), o cálculo mental se integra com a resolução de problemas, ou seja, podemos encontrar nas turmas desses professores essaprática, já que ela está integrada com a metodologia aplicada por todos os professores.

Segundo o esquema de Polya (1978 *apud* DANTE 1998), a resolução de problemas consiste em quatro etapas: 1) compreender o problema; 2) elaborar um plano; 3) executar o plano e 4) fazer o retrospecto ou verificação. Essas etapas não estão contempladas nos relatos dos professores, o que leva a especular que os docentes confundem, de fato, exercícios com a resolução de problemas. É o que podemos ver nos seus próprios relatos, apresentados a seguir, quando perguntado se e em que momento da aula utilizavam a resolução de problemas:

Sim. Tudo vai pelo planejamento feito para aquela aula, que sabemos que é flexível, utilizo problema que envolva o dia-a-dia do aluno, uma compra no mercantil utilizo as notas de dinheiro para a simulação, atividade escrita do livro (Professor A).

Sim, uso quando requer mais compreensão simultânea enfatizando o conhecimento acumulado e elaborado, daí deve familiarizar-se com possibilidades diversas, sobretudo o aproveitamento eficaz (Professor B).

Sim. Conforme os PCN no mundo atual saber cálculos com lápis e papel e uma competência de importância relativa e que deve conviver com outras modalidades de cálculo, como o mental, os estimativos e o cálculo produzido pelas calculadoras (Professor C).

Sim. Eu tiro uma aula de matemática para trabalhar apenas situações problemas de acordo com os descritores do mês (Professor F).



A resposta do Professor C a essa pergunta, embora aparentemente deslocada, traz-nos um elemento importante, passível de reflexão: o cálculo. Este se mostra importante para o ensino da Matemática, pois ajuda na busca de soluções, às vezes, tornando-as mais rápidas, o que leva a maioria dos alunos à utilização de algoritmos. No entanto, o professor tem que se preocupar em não gerar alunos somente especialistas em resolver contas.

Quando o professor tem como prática incentivar os alunos apenas ao uso de algoritmos, não relatando o caminho percorrido até chegar à fórmula, ele pode estar formando alunos para serem apenas repetidores, não estimulando-os a pensar, a investigar, a viver na sala de aula a experiência do matemático. Essa forma de ensinar pode estar levando à não construção dos conceitos matemáticos e, por conseguinte, gerando deficiências na aprendizagem e a não aquisição do cálculo mental como habilidade.

Para entender mais sobre o que os professores pensam a respeito do cálculo mental, foi pedido que assinalassem quais estratégias e/ou materiais são mais adequados, em suas opiniões, para se trabalhar essa prática. Todos apontaram a exploração do pensamento do aluno e, sendo permitido o apontamento de mais de uma alternativa, um pouco mais da metade indicou o uso de lápis e papel para registros e a mesma quantidade mencionou outras estratégias. No que tange a essas outras estratégias, foi solicitado que o docente indicasse quais. Assim, obtivemos:

Uso do concreto (lápis de cor, tampa, canudo etc.) (Professor A).

Trabalhar o lúdico prende a percepção para aquilo que o interessa (Professor D).

Jogos com material concreto (Professor E).

Podemos perceber que os professores que assinalaram outras estratégias, além das alternativas abordadas no questionário, não apresentaram metodologias e recursos diferentes dos que constavam na questão, levando-se em consideração que o uso de “jogos”, de “material concreto” e de “trabalhar o lúdico” são materiais e estratégias que “exploram o pensamento do aluno”. Ou seja, os depoimentos dos professores reforçam a ideia de que, de certo modo, ainda, não estão certos do que significa, de fato, trabalhar cálculo mental.

Seguindo essa linha de discussão, a respeito de qual estratégia ou material é mais adequado para trabalhar cálculo mental em sala de aula, para entender onde os docentes aprenderam ou ouviram falar a respeito dessa estratégia, foi feita a seguinte pergunta: “No decorrer da sua formação inicial (Curso Normal e/ou Superior) e formação continuada (cursos de aperfeiçoamento), houve estudo(s) sobre cálculo mental? Se houve, você lembra como foi



proposto trabalhar com esse método?”. No que tange aos professores que não foram habilitados para o ensino de Matemática, os relatos são os seguintes:

Muito superficial, diferentes dos dias de hoje, que são mais preparados. Também na formação inicial era no tradicional, o uso da tabuada, a decora [decoreba], estava sempre presente e nos livros vinham os cálculos mental era muito pouco (Professor A).

Sim, o cálculo mental foi abordado a partir de curso em formação continuada. Trabalhar adição e subtração pelo método da decomposição; potenciação de base 10 com números decimais (Professor B).

Algo muito vago, indesejável. Pois a disciplina Matemática Instrumental não foi êxito para tal método (Professor D).

Eu estou lecionando fora da minha formação, porém temos formações de Matemática, onde nos são apresentadas situações que envolvem cálculo mental (Professor F).

Os professores habilitados para ensinar Matemática, por sua vez, também, afirmam que o cálculo mental não foi trabalhado em sua formação. No entanto, assim como os docentes não habilitados, citados anteriormente, observa-se que esse método foi abordado nos cursos de aperfeiçoamento, como podemos ver nos relatos a seguir:

Na formação acadêmica não, mas em formações continuadas sim. Aplicar pequenas técnicas para estimular o cálculo mental, por exemplo contas com parcelas iguais, parcelas que dão números redondos; promover competições para melhorar o desempenho dos alunos; utilizar o ábaco como possibilidade de melhorar o cálculo mental (Professor C).

No curso de Pedagogia foi trabalhado as didáticas, mas tudo muito tradicional. Já no programa do Mais PAIC tivemos muitas dicas de dinamização em sala de aula (Professor E).

Como fiz Pedagogia não foi utilizado esse tipo de estudo, foi apenas uma aula bem prática (Professor G).

Segundo esses depoimentos, os cursos de formação continuada estão dando conta de repassar as inovações metodológicas em Matemática para os professores. Alguns dos docentes citaram, ainda, o conteúdo que foi trabalhado nas formações, todos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, exceto, potenciação de números decimais, que é vista a partir do Ensino Fundamental II. Em consonância com esse achado, Gonçalves e Freitas (2008, p. 1) afirmam que o cálculo mental “[...] parece ser trabalhado esporadicamente apenas nas séries iniciais do Ensino Fundamental, relacionado às operações aditivas e multiplicativas no campo numérico”.

Isso suscitou, em nós, a curiosidade de identificar quais conteúdos os educadores acreditam que seriam melhores para trabalhar o cálculo mental. Assim, foi perguntado o seguinte: “Independentemente de você trabalhar ou não com cálculo mental, você considera



que existe um conteúdo com o qual é melhor fazer uso desse método?”. Como respostas, obteve-se:

As operações matemáticas, contudo, adição, subtração e potenciação de base 10 com números decimais (Professor B).

Sim, as operações matemáticas: adição, subtração e multiplicação; Ex: Para fazer uma conta que termina em 9, arredonda-se para 10 e depois subtrai 1. Como: $525 + 29 \Rightarrow 525 + 30 - 1 = 575 - 1 = 574$ (Professor C).

No uso do cotidiano usamos matemática diariamente. Uso muito em sala os exemplos do dia a dia para facilitar a compreensão e ao realizar situações-problemas, faço previsões, varia muito conteúdo para conteúdo (Professor D).

No trabalhar as quatro operações (Professor E).

Desse modo, segue-se a linha de pensamento de Oliveira (2015), que defende que, se os docentes influenciam seus alunos a resolverem contas por outros métodos, diferentes das fórmulas dadas, que são utilizadas frequentemente, eles estarão sendo direcionados para obter uma expansão da criatividade e a potencializar sua produção do conhecimento matemático. Depois de analisar o pensamento dos professores sobre qual conteúdo consideram mais adequado para se trabalhar o cálculo mental, a pergunta seguinte buscou entender que importância era vista no uso desse método. Abaixo, seguem os relatos:

Eu vejo que quando trabalho o cálculo mental com lúdico, simulado de comércio, vejo que o aluno aprende mais na percepção de interesse naquela aula e a resolução dos cálculos (Professor A).

É relevante para a resolução de praticidade do cotidiano, o pensamento flui com mais rapidez (Professor B).

O cálculo mental ajuda o aluno a organizar seu pensamento, a pensar rápido e encontrar uma solução para um problema; contribui para o maior domínio do cálculo escrito à medida que o agiliza, além de permitir o aluno a compreender algumas das operações matemáticas (Professor C).

O aluno raciocina mais e melhor (Professor G).

Segundo o Professor C, o cálculo mental é importante para o cálculo escrito. De fato, essa prática, sendo bem desenvolvida e aplicada, fará com que os alunos tenham mais facilidade na resolução das atividades (problemas e exercícios), usando lápis e papel ou outra estratégia e recurso, não se prendendo ao algoritmo, buscando, assim, o seu próprio método.

Por fim, para avaliar a concepção dos professores sobre cálculo mental, foi colocada a seguinte citação: “[...] é preciso desmistificar a ideia de que a importância do trabalho com o cálculo mental se alicerça na rapidez dos cálculos, ou seja, fazer associação entre o cálculo mental e os cálculos rápidos é um equívoco” (OLIVEIRA, 2015, p. 22). Perguntou-se se concordavam ou não com tal assertiva e se pediu que justificassem. As respostas foram:



No passado (antigamente) diria que sim estava associando ao outro. Atualmente dependendo do momento, planejamento, material disponível e a forma de como é aplicado na sala de aula com os conhecimentos prévios dos alunos, a predição e as simulações de situações com cálculo. Discordo da afirmação, mas deixando bem claro, se eu tiver os recursos disponíveis que está sendo disponibilizado para aula (Professor A).

Concordo. O trabalho com cálculo mental não necessariamente tem que ser rápidos os resultados, porque devemos pensar, organizando o pensamento, para que desenvolva habilidades como a atenção, memória, concentração e ampliar a capacidade de calcular e agilizar seu pensamento p/ o uso de situações problemas do cotidiano (Professor C).

Discordo. Calculo mental, não significa rapidez, tem que despertar o raciocínio lógico do aluno (Professor F).

Percebamos que, dos relatos expostos, apenas o Professor C concordou com a citação e enfatizou bem a sua resposta, discorrendo a respeito do cálculo mental. Outra ênfase interessante é a da fala do Professo F, que, mesmo dizendo discordar da afirmação, confirma exatamente o que foi posto pelo autor, o que nos faz acreditar em um não entendimento da questão em si.

Ao final das análises, foi identificado que nem todos os docentes têm conhecimento adequado sobre cálculo mental, conforme os fundamentos tratados em nosso referencial teórico. Assim, ainda que careça de um melhor entendimento por parte dos professores quanto à sua concepção e utilização, pode-se afirmar que o cálculo mental é reconhecido como uma prática positiva e necessária, vista pelos docentes como uma forma de desenvolver o raciocínio e explorar o pensamento do aluno.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi possível constatar que o cálculo mental é uma prática importante a ser utilizada pelos docentes, que visa fazer com que o aluno pense e desenvolva o raciocínio lógico, não se prendendo apenas em algoritmos. Assim, por consequência, os estudantes saberão lidar melhor com problemas matemáticos, já que, no ensino de Matemática, eles encontram muitas dificuldades, quando se deparam com situações-problema.

Contudo, o professor tem um papel fundamental em planejar o cálculo mental para que este venha a dar certo em sala de aula, buscando fazer com que os discentes entendam melhor a respeito dessa prática. Para tanto, é preciso que ele procure saber mais sobre esse tema e quais metodologias podem melhor auxiliá-lo em seu trabalho.

Observamos que os professores investigados já ouviram falar de cálculo mental e acreditam que esse método explora o pensamento do aluno. Porém, a compreensão a respeito



dessa estratégia, ainda, é confundida por alguns, sendo que, de certa forma, acreditam que ela dá ênfase à rapidez nas respostas.

Em contrapartida, pelo fato de os professores que têm habilitação para ensinar Matemática não terem discutido sobre cálculo mental em sua formação inicial, é preciso que os cursos de licenciatura se preocupem em abordar essa estratégia no seu currículo, podendo, portanto, ser trabalhado em sala de aula, devido à sua importância no ensino dessa disciplina.

Como resultado deste trabalho, tivemos a convicção de que o cálculo mental deve ser mais utilizado em sala de aula e que essa estratégia deve ser melhor abordada na formação inicial e na formação continuada.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. **SAEB**. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb>>. Acesso em 23 nov. 2018.
- CARVALHO, Renata. **Calcular de Cabeça ou Com a Cabeça? Escola Básica Integrada Padre Vítor Milícias**, Torres Vedras, 2011. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/_Conf01_4e7132d6a08f8.pdf>. Acesso em: 18 nov. 2018.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1998.
- FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática**. Boletim SBEM, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 4-9, 1996.
- GONÇALVES, Maria José Santana Vieira; FREITAS, José Luiz Magalhães. **O Cálculo Mental como Ferramenta e Objeto durante o Estudo de Proporcionalidade por alunos do 7º Ano do Ensino Fundamental**. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, XII – EBRAPEM. Unesp, Rio Claro – SP. 2008. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/279-2-A-gt8_goncalves_ta.pdf>. Acesso em: 16 nov. 2018.
- NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças Fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- OLIVEIRA, Vanessa de. **Cálculo mental e a produção do conhecimento matemático**. Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá. Guaratinguetá, 2015.
- SANTOS, Daniel Moreira dos. **Estratégias de cálculo mental de alunos da 5ª série/6º ano do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação, Vitória, 2014.



APLICAÇÕES DA DERIVADA: UMA ABORDAGEM PARA PARTICIPANTES DO PROGRAMA OBMEP NA ESCOLA

Bruno Serafim de Souza¹⁶
Artálio Barbosa Furtado¹⁷

Resumo:

O Cálculo Diferencial é uma disciplina básica da Análise Matemática, a qual versa sobre Derivadas. Matemáticos como Issac Newton (1643 – 1727) e Pierre de Fermat (1601 – 1665) contribuíram para o desenvolvimento do Cálculo, porém deve-se a Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) a relação entre derivada e integral. Este artigo objetiva apresentar o uso da Derivada para solucionar problemas robustos da Matemática Básica. Tais problemas foram apresentados ao grupo de alunos participantes do Programa OBMEP na Escola desenvolvido na Escola de Ensino Médio em Tempo Integral Professor José Teles de Carvalho em 2017. Os problemas são solucionados em duas modalidades, a primeira pelo uso dos fundamentos elementares da Matemática Básica e a segunda pelo uso de Derivada. Com isso, pela disseminação do uso da derivada no Ensino Médio aumenta-se o nível de aprendizagem alunos, bem como complementa a formação dos professores de matemática da Educação Básica.

Palavras-chave: Derivadas; Cálculo; Matemática Básica; OBMEP; Problemas.

1 INTRODUÇÃO

A partir de uma avaliação contínua do nível de aprendizagem dos 20 (vinte) alunos participantes do Programa OBMEP Na Escola (ONE) no ano de 2017, ofertado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), com anuência dos gestores da Escola de Ensino Médio em Tempo Integral Professor José Teles de Carvalho em Brejo Santo Ceará, constatou-se a real possibilidade de um estudo similar ao do programa sobre Derivadas e suas Aplicações em problemas robustos da Matemática Básica. Simultaneamente, percebeu-se o quanto que o uso da derivada torna simples a solução de um conjunto de questões relativamente complexas quando se utiliza apenas ferramentas matemáticas do Ensino Médio.

Conforme (BRASIL, 2014), o ano 2006 foi histórico, para o desenvolvimento da Matemática na Educação Pública, pois a partir deste ano, as regiões mais carentes, norte e nordeste, passam a ter uma política pública de valorização da disciplina com a oferta de material didático. O Ministério da Educação - MEC através do Fundo Nacional de Desenvolvimento – FNDE distribuíram livros didáticos de Matemática nas escolas públicas, nos quais se pode destacar uma abordagem bastante peculiar sobre o Cálculo Diferencial na terceira série do Ensino Médio.

¹⁶ Universidade Federal do Cariri/UFCA, Instituto de Formação de Educadores/IFE, bruno.serafim@ufca.edu.br.

¹⁷ 20ª Coordenadoria Regional de Desenvolvimento da Educação/CREDE 20, artallio15@hotmail.com.



De modo geral, a disciplina de Cálculo não se encontra presente no currículo das instituições públicas de ensino do país. Porém, sabe-se que ensino deve ser ministrado com base em alguns princípios da LDB tais como: “liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar a cultura, o pensamento, a arte e o saber” (BRASIL, 1996, Art. 3, Inciso II).

Tendo em vista essa realidade, o presente artigo discorre acerca da necessidade dos educandos terem acesso às ferramentas do Cálculo Diferencial, bem como puder aplicá-las em problemas complexos da Matemática Básica, a fim de solucioná-los. Assim, são apresentados alguns teoremas essenciais da derivada de uma função real de variável real, como também dois conjuntos de soluções, o primeiro utilizando-se ferramentas elementares da matemática básica e o segundo pelo uso da derivada.

Durante o desenvolvimento do ONE no ano de 2017, objetivou-se construir uma base sólida de conhecimentos, em particular sobre Derivadas; aumentar os índices de aprovação em matemática dos alunos da EEMTI Professor José Teles de Carvalho, assim como expandir o índice de aprovação dos alunos na primeira fase da OBMEP, como também estimular os educandos pelo estudo aprofundado da matemática, em especial o Cálculo, e instigar a se tornarem futuros acadêmicos em matemática ou ciências afins. Ademais, buscou-se, secundariamente, conhecer o perfil de cada aluno pertencente ao programa, dialogar sobre os benefícios oferecidos pelo cálculo diferencial e analisar os pré-requisitos necessários para tal abordagem.

Diante disso, cabe afirmar que o assunto tratado é de grande relevância, pois além de essencial para os alunos participantes do programa, transita em várias universidades (públicas e privadas), e é considerada como responsável pelo aumento do índice de reprovação nos cursos das ciências exatas como: Matemática, Física, Química, Engenharia, Economia, Administração, Arquitetura, Estatística, entre outros.

Destarte, este artigo faz-se relevante na medida em que apresenta uma parte do Cálculo a uma classe de alunos que, nos tempos modernos e atuais, poderão contribuir significativamente não só para o avanço das tecnologias digitais, mas também mudarem suas óticas da matemática, bem como melhorarem sua classe social econômica através do estudo pela mesma. Nesse aspecto, o cálculo diferencial mostra-se como uma potência essencial para desenvolvimento da Educação Básica do país.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo Geraldo Ávila (1991, p. 7), “Descartar o Cálculo no ensino médio é grave, porque deixa de lado uma componente significativa e certamente a mais relevante da



Matemática a formação do aluno num contexto de ensino moderno e atual". Para Ávila, a exclusão do Ensino de Cálculo torna-se um fator predominante no desenvolvimento educacional dos alunos, e conseqüentemente, na integração ao convívio com as inúmeras situações presentes em nosso meio. Portanto, faz-se necessário a aprendizagem dos principais fundamentos oferecidos por essa disciplina, pois sem os mesmos os usuários certamente terão dificuldades em disciplinas que necessitam deste conhecimento como aluno de Graduação.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), "As finalidades do ensino de Matemática no nível médio indicam como objetivos levar o aluno a: compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral" (BRASIL, 2002, p. 42). As áreas do conhecimento como Medicina, Engenharia, Física, Química, Biologia, Economia, Administração entre outras necessitam puramente de conceitos e resultados advindos das aplicações de Derivadas.

Exemplificando, na Medicina se necessita do Cálculo Diferencial para determinar o ângulo ótimo na ramificação dos vasos sanguíneos para maximizar a circulação. Já na Engenharia Civil utiliza-se a derivada na teoria da elasticidade para dimensionar colunas, vigas e lajes. O desenvolvimento da cinemática, dos gases perfeitos e das previsões do crescimento ou decréscimo populacional requer o uso de Derivada, ou seja, em Física, Química e Biologia, respectivamente, precisa-se do Cálculo Diferencial. Por fim, na Economia se emprega a análise marginal que depende exclusivamente de Derivada, e na Administração se utiliza as chamadas receitas marginais.

2.1 PROGRAMA OBMEP NA ESCOLA

Este programa é devotado a professores de Matemática das escolas públicas e a alunos de licenciatura em Matemática, é desenvolvido através de atividades extraclasse em instituições de ensino público ou privado. Tem como objetivos dedicar, estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos; contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica; identificar jovens talentos, incentivar seu ingresso nas áreas científicas e tecnológicas, incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuir para a sua valorização profissional; contribuir para a integração das escolas públicas com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e as sociedades científicas e promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento (OBMEP, 2017).

A primeira edição do programa foi aprovada em 2014 com início em 2015 e teve como objetivo central apoiar e estimular o desenvolvimento de atividades extraclasse de professores

de Matemática da rede pública de ensino ou acadêmicos em Matemática; Física; Engenharia ou Informática de cursos reconhecido pelo MEC, visando melhor desempenho dos alunos nas provas da OBMEP (Ibidem, 2017). A primeira experiência do projeto ocorreu em três fases: prova de habilitação; elaboração do projeto de atividades e execução das atividades extraclasse preparatórias para às provas com apoio da CAPES e contou mil (1000) vagas para professores preparadores do programa OBMEP na Escola de todo território nacional.

A segunda edição do programa foi aprovada em 2016 com início das atividades em 2017 com duração fixada em três anos, apresentando os mesmos objetivos da edição anterior, porém com modificação quanto ao público participante: professores de Matemática da Educação Básica, em efetivo exercício na rede pública, em 2017, que possuam licenciatura em Matemática e mínimo de dois anos de experiência no magistério da rede Municipal, Estadual ou Federal e alunos de licenciatura em Matemática em cursos superiores reconhecidos pelo MEC. Esta edição apresentou fase única através de uma prova discursiva com seis questões elaborada pelo comitê de provas da OBMEP. Foram ofertadas 501 vagas para professores de Matemática e 350 para alunos graduandos, totalizando 851 vagas. Apenas 764 candidatos foram habilitados (70 pontos na prova) e destes, 573 foram selecionados para participar do programa, isto é, 67,3% das vagas ofertadas, conforme figuras geográfica e quantitativa, respectivamente (OBMEP, 2017).

Figura 1: Atuação do Programa ONE em 2017.



Fonte: obmepnaescola.obmep.com.br.



Tabela 1: Candidatos habilitados e selecionados.

Item	Estado	Habilitados	Selecionados	Vagas Ociosas
1	Acre (AC)	1	0	1
2	Alagoas (AL)	12	6	6
3	Amazonas (AM)	5	3	2
4	Amapá (AP)	2	2	0
5	Bahia (BA)	32	27	5
6	Ceará (CE)	76	64	12
7	Distrito Federal (DF)	23	16	7
8	Espírito Santo (ES)	11	6	5
9	Goiás (GO)	23	15	8
10	Maranhão (MA)	17	12	5
11	Minas Gerais (MG)	117	81	36
12	Mato Grosso do Sul (MS)	9	8	1
13	Mato Grosso (MT)	12	7	5
14	Pará (PA)	15	12	3
15	Paraíba (PB)	16	13	3
16	Pernambuco (PE)	29	21	8
17	Piauí (PI)	14	10	4
18	Paraná (PR)	32	27	5
19	Rio de Janeiro (RJ)	110	91	19
20	Rio Grande do Norte (RN)	18	7	11
21	Rondônia (RO)	3	0	3
22	Roraima (RR)	4	0	4
23	Rio Grande do Sul (RS)	18	14	4
24	Santa Catarina (SC)	25	16	9
25	Sergipe (SE)	8	6	2
26	São Paulo (SP)	126	104	22
27	Tocantins (TO)	6	4	2
Total	27	764	572	192

Fonte: Elaborado pelos autores.

2.2 DERIVADA

A derivada de uma função real é uma operação do cálculo diferencial e integral, e é com ela que se definem as taxas de variações instantâneas de grandezas, inclinação de retas tangentes a uma curva e calcula-se a velocidade instantânea de objetos. Além disso, é responsável pelo desenvolvimento de várias áreas do conhecimento como: Medicina, Engenharia, Astronomia, Economia, Administração, entre outras.

Conforme Duclos (1992, p. 28), “A Física é a base da técnica e a Matemática a linguagem da Física”. Segundo Ávila (2006, p. 37), essa razão se justifica pelo seguinte fato, “o ensino da derivada da maior importância, pelo tanto que ajuda no tratamento de inúmeras propriedades das funções. E tem de ser feito logo na primeira série, quando pode integrar-se harmoniosamente com a Física no estudo do movimento”. Para Ávila, o estudo da derivada deve ser abordado predominantemente na primeira série do ensino médio de modo a



proporcionar a interdisciplinaridade entre a matemática e a Física, bem como puder fazer uso da derivada de funções reais para justificar o comportamento das equações do movimento.

Matemáticos como Pierre de Fermat (1601 - 1665), Francês, criador da geometria analítica; Karl Weierstrass (1815 - 1897), Alemão, pioneiro da moderna análise matemática; Michel Rolle (1652 - 1719), Frances, dedicou-se a análise diofantina, álgebra e geometria e Joseph-Louis Lagrange (1736 - 1813), Italiano, fez aplicações do cálculo diferencial à teoria da probabilidade. Tais matemáticos contribuíram significativamente no desenvolvimento do cálculo diferencial através de teoremas que permitem respectivamente, a compreensão da obtenção dos pontos de máximo e mínimo locais em intervalos abertos e reais contidos no domínio de uma função real; que toda função contínua apresenta pontos de máximo e mínimo local em seu domínio; da existência de ponto crítico para funções contínuas, deriváveis e com imagens extremas iguais e que entre os extremos do domínio de uma função existirá ao menos um número real tal que a reta tangente ao gráfico da função neste ponto, é paralela à reta secante ao gráfico da função determinado pelos dos extremos do gráfico chamado Teorema do Valor Médio (TMV), conforme (SILVA, 2012).

- | (Teorema de Fermat). Seja $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e $p \in (a, b)$ um máximo ou mínimo local para f . Se $f'(p)$ existir, então $f'(p) = 0$.
- | (Teorema de Weierstrass). Seja $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então existem $\alpha, \beta \in [a, b]$ tais que $f(\alpha) \leq f(x) \leq f(\beta)$ para todo $x \in [a, b]$.
- | (Teorema de Rolle). Seja $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua em $[a, b]$ e derivável em (a, b) . Se $f(a) = f(b)$, então existem $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$.
- (Teorema de Lagrange). Seja $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua em $[a, b]$ e derivável em (a, b) , então existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

3 METODOLOGIA

A pesquisa obedeceu aos métodos teóricos e práticos: documental, bibliográfico e avaliativo. O primeiro se baseou em investigações de documentos oferecidos pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) que instauram o programa OBMEP na Escola, e em leis que regem a Educação Brasileira, o segundo fundamentou-se em livros, artigos, revistas e sites e o terceiro deu-se pela abordagem dos principais conceitos e resultados da derivada de uma função real, bem como pelas aplicações dos problemas de matemática.

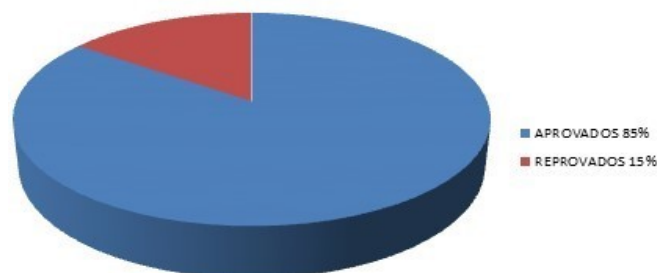
Nessa conjuntura, o processo teórico deu-se através de aulas expositivas dialogadas encaixadas no programa OBMEP na Escola realizado na instituição cedente. A princípio

segiu-se à sequência lógica do plano de trabalho disponibilizado pelo IMPA para todos os professores selecionados no programa de modo a garantir os pré-requisitos básicos para o desenvolvimento dos pontos cruciais da Derivada. Adiante, pela posse dos principais conceitos e resultados da matemática básica apresentou-se alguns problemas robustos quando resolvidos apenas pelo uso de ferramentas elementares do ensino médio. Tais problemas ofereceram uma reflexão sobre a seguinte pergunta: “Vale a pena estudar Cálculo no Ensino Médio?”.

4 RESULTADOS

A Escola de Ensino Médio em Tempo Integral Professor José Teles de Carvalho, localizada em Brejo Santo, estado do Ceará, aderiu ao programa OBMEP na Escola na segunda edição, obtendo quatro menções em 2017, e cinco menções e uma medalha de Bronze em 2018. A turma beneficiada pelo programa formou-se por 20 alunos, na qual 85% destes foram aprovados na primeira fase da OBMEP em 2017, além disso, aproximadamente 30% dos alunos foram premiados nessa edição da olimpíada.

Figura 2: Aprovação OBMEP 2017.



Fonte: Elaborada pelos autores.

4.1 PROBLEMAS DE MATEMÁTICA BÁSICA

Nesta seção, apresentam-se algumas aplicações da Derivada através de problemas robustos da Matemática Básica. Tais problemas serão solucionados em dois Grupos: o primeiro formado pelas soluções através do uso dos fundamentos da matemática elementar, enquanto que o segundo se dará pelo uso de Derivada.

Problema 1 (Função Quadrática). No casamento de Osmar e Naura, foi contratado um buffet para a realização de uma festa para 200 convidados. O buffet cobrará R\$ 36,00 por pessoa, se todos os convidados comparecerem; caso contrário, para cada convidado que faltar será acrescentada a quantia de R\$ 0,50 por convidado que comparecer. Quantos convidados precisam comparecer para que a receita do buffet seja a maior possível?



Problema 2 (Geometria Analítica). Determinar uma equação da reta tangente à circunferência $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ no ponto $A = (5, 1)$

Problema 3 (Geometria Plana). Dentre todos os retângulos de perímetro constante P , mostre que o de maior área A é o quadrado.

Problema 4 (Geometria Espacial). Dentre todos os cilindros circulares retos de área total constante, mostre que o de maior volume é o equilátero.

4.2 SOLUÇÕES DO GRUPO 1

Solução (Problema 1). Considere x a quantidade de convidados presentes na festa. Assim, a quantidade de convidados ausentes é $(200 - x)$.

Perceba que $f(x) = -\frac{x^2}{2} + 136x$ é o valor da receita arrecadada pelo buffet pelos x convidados presentes na festa. Como o coeficiente dominante de f é igual a $(-\frac{1}{2})$, então f possui valor máximo no ponto $x = 136$. Logo, 136 é o número de convidados que precisa comparecer a festa para que o buffet garanta receita máxima.

Solução (Problema 2). Utilize o método de completar quadrados na equação da circunferência para determinar as coordenadas do seu centro C e o raio R .

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5^2 \Rightarrow C = (2, -3) \text{ e } R = 5.$$

Por outro lado, a reta r determinada pelos pontos $C = (2, -3)$ e $A = (5, 1)$ é perpendicular à reta tangente à circunferência dada no ponto A . Se m_A é o coeficiente angular de r , então $m_r = -\frac{4}{3}$, e conseqüentemente, $m_t = -\frac{3}{4}$. Logo, uma equação para a reta tangente t é $3x + 4y - 19 = 0$.

Solução (Problema 3). Considerando-se x e y dimensões de um retângulo de perímetro constante P . Daí, sua área A e seu perímetro P medem respectivamente, $A = xy$ e $P = 2(x + y)$.

Pela desigualdade $G(x, y) \leq A(x, y)$ entre as médias geométrica $G(x, y)$ e aritmética tem-se que $A \leq \left(\frac{P}{4}\right)^2$. Logo, A é máxima quando $A = \left(\frac{P}{4}\right)^2$, o que implica $x = y$.

Solução (Problema 4). Sejam r o raio da base e h a altura do cilindro circular reto. Assim, seu volume é $V = \pi r^2 h$ e, portanto, deve-se provar que quando $h = 2r$ sua área $A = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ for constante, com $r > 0, h > 0$ e $A > 0$.



Perceba que $V = \pi r^2 h \Rightarrow \left(\frac{V}{2\pi}\right)^2 \leq r^2 \left(\frac{rh}{2}\right) \left(\frac{rh}{2}\right)$. Daí, pela desigualdade entre as médias aritmética A e geométrica G obtidas pelos números reais positivos r^2 , $\frac{rh}{2}$ e $\frac{rh}{2}$ segue que $\left(\frac{V}{2\pi}\right)^2$ é máximo quando V é máximo, ocorrendo $r^2 = \frac{rh}{2}$, ou ainda, $h = 2r$.

4.3 SOLUÇÕES DO GRUPO 2

Solução (Problema 1). Como $f(x) = -\frac{x^2}{2} + 136x \Rightarrow f'(x) = -x + 136 \Rightarrow f''(x) = -1$. Logo, f assumirá seu valor máximo no ponto x tal que $f'(x) = 0$, ou seja, $x = 136$.

Solução do (Problema 2). Derivando a equação $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ implicitamente em relação a x obtém-se $y' = f(x, y) = \frac{2-x}{y+3}$. Assim, $m_t = f(5, 1) = -\frac{3}{4}$ e, portanto, $3x + 4y - 19 = 0$ é a equação da reta tangente t .

Solução (Problema 3). Sabe-se que, $P = 2(x + y) \Rightarrow y = \frac{P}{2} - x$. Daí, substituindo em $A = xy$ obtém-se $A(x) = -x^2 + \frac{Px}{2}$. Assim, $A'(x) = -2x + \frac{P}{2}$ e $A''(x) = -2$, então A é máxima no ponto x tal que $A'(x) = 0$. Logo, $x = \frac{P}{4}$ e como $y = \frac{P}{2} - x$ segue $x = y$.

Solução (Problema 4). Tem-se que, $h = \frac{k-r^2}{r} \rightarrow \frac{V}{\pi} = -r^3 + kr = f(r)$, com $k = \frac{A}{2\pi}$. Assim, $f'(r) = -3r^2 + k$ e $f''(r) = -6r < 0$. Logo, $f'(r) = 0 \Rightarrow k = 3r^2$, ou seja, $h = 2r$.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Cálculo Diferencial é uma das partes mais importante da Matemática, pois sua utilidade torna-se um fator predominante no desenvolvimento educacional dos alunos, e consequentemente, na integração ao convívio com as inúmeras situações presentes em nosso meio. Além disso, ele é responsável pelo desenvolvimento de várias áreas como Medicina, Engenharia, Astronomia, Economia, Administração, entre outras.

O presente artigo apresentou o uso da Derivada como ferramenta metodológica na resolução de problemas de Matemática, bem como promoveu aos alunos do programa OBMEP uma base sólida de conhecimentos matemáticos; como também se responsabilizou pela preparação destes para as provas da OBMEP e os motivou a pesquisarem sobre o Cálculo Diferencial.



O ensino de Cálculo torna-se imprescindível na vida estudantil dos educandos da Educação Básica, em particular no Ensino Médio, pois apresenta várias aplicações práticas presentes no cotidiano dos estudantes, além disso, prepara-os para o mundo do trabalho e para a prática social. Assim, esta ação torna-se essencial para a construção dos itinerários formativos dos alunos nas áreas de Ciências Exatas e da Terra.

A aplicação da derivada é de suma importância para o desenvolvimento cognitivo dos alunos perante questões não triviais da matemática, e também, desafiadoras para a prática pedagógica professores da Educação Básica. A instituição de ensino que aderiu ao programa OBMEP na Escola pertencente ao IMPA oportunizou aos seus alunos um avanço significativo na aprendizagem de Matemática e possibilitou uma absorção dos pontos cruciais da Derivada a fim de aplicarem na resolução problemas dessa disciplina.

O ensino de Cálculo continua distante da realidade curricular das instituições públicas e privadas responsáveis pelo Ensino Médio do país. Dessa forma, conclui-se que à educação brasileira urge pela criação de políticas públicas que promovam a inserção dessa disciplina de na última fase da Educação Básica. A criação de um programa similar ao OBMEP na Escola é essencial para a promoção do ensino de Cálculo no Ensino Médio.

Referências

ÁVILA, G. Limite e Derivadas no Ensino Médio?. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro – RJ, n. 60, p. 30-38, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2016.

ÁVILA, G. O Ensino de Cálculo no 2º Grau. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro – RJ, n. 18, p. 1-9, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1991.

BRASIL. Ministério da Educação. Lei nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, DF, 1996.

DUCLOS, R. C. Cálculo do 2º Grau. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro – RJ, n. 18, p. 26-30, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1992.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Guia de Livros Didáticos (PNLP-2015)**. Brasília, DF, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)**. Brasília, DF, 2002.

OBMEP. **PROGRAMA OBMEP na Escola 2016**. Disponível em:
<<http://www.obmep.org.br/na-escola.htm>>. Acesso em: 05 mar. 2017.

SILVA, J. P. **A Derivada e Algumas Aplicações**. Teresina - PI, Edufpi, 2012.



CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E TECNOLOGIAS NO PROCESSO DE ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

*Luis David Bonfim Ferreira¹⁸
Rodrigo Lacerda Carvalho¹⁹*

Resumo:

O presente artigo visa analisar trabalhos de conclusão de curso em mestrado e doutorado para a obtenção de informações plausíveis sobre o processo de ensino e aprendizagem matemática. Os trabalhos selecionados tem como aporte teórico a teoria dos campos conceituais, que aborda que um indivíduo não aprende um conceito isolado e sim um campo de conceitos. Desta maneira, diante da variedade de metodologias envolvendo situações matemáticas, buscamos compreender o pensamento dos participantes das pesquisas, que é um aspecto relevante para uma adequada formação docente e abordagem de conteúdos em sala, através do método tradicional ou com suporte das tecnologias digitais. Trabalhamos com base em pesquisa bibliográfica, buscando uma construção de conhecimentos pedagógicos e metodológicos. Pretende-se, com este trabalho, que professores e alunos avancem conceitualmente e compreendam a evolução didática. Os resultados apontam para uma suposta decadência educacional e para a relevância das tecnologias digitais para a compreensão dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem. Teoria dos Campos Conceituais. Tecnologias Digitais.

1 INTRODUÇÃO

A matemática é uma ciência que abrange uma infinidade de aspectos que podem proporcionar uma maior dificuldade de aprendizado para estudantes e professores em formação, o que de fato influencia o desenvolvimento no processo de ensino e aprendizagem escolar, com ênfase no ensino da matemática.

Segundo Cury (2002), os cursos de Licenciatura Plena em Matemática, além de atribuir importância aos conteúdos matemáticos, devem discutir as possibilidades e metodologias para o ensino desta disciplina.

Ponte (2009) afirma que um professor que tem domínio sobre conteúdo matemático e das práticas pedagógicas tem maior facilidade para lidar com o dia a dia em sala de aula, procedendo de forma mais proveitosa no processo de ensino e aprendizagem.

A formação inicial de professores é um ponto crucial, onde o formando construirá seus conceitos, opiniões e refletirá sobre a vida docente, buscando se aperfeiçoar cada vez mais, almejando conhecimento prático e teórico para que no futuro exerça seu ofício de forma natural e não mecânica, o que poderia afetar o progresso dos alunos. Pois sabemos que muitas

¹⁸ Universidade Federal do Cariri/UFCA, luisferreira127@gmail.com

¹⁹ Universidade Federal do Cariri/UFCA, rodrigo.lacerda@ufca.edu.br



vezes o que afasta os estudantes da matemática pode ser a metodologia, as ações, ou até mesmo a didática do professor (BRASIL, 1998).

Tendo em vista contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da matemática neste trabalho apresentamos contribuições sobre o campo conceitual multiplicativo e sobre as tecnologias digitais.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 1994) oportuniza o contato com diferentes situações de multiplicação, divisão e a combinação de tais operações. O referido campo é um conjunto de situações cujo tratamento implica em uma ou em várias multiplicações ou divisões.

As TDIC (Tecnologias Digitais da Informação e comunicação) podem favorecer professores e alunos a superarem obstáculos no processo de ensino e de aprendizagem. Borba e Penteadó (2010) afirmam que as TDIC podem proporcionar mudanças significativas na prática escolar, criando condições favoráveis para a aquisição e o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Alguns contextos de formação permanecem com a visão de que Matemática se aprende somente com lousa, pincel, papel e caneta e com ênfase excessiva na aplicação de algoritmos. Assim, acabam não evidenciando debates relevantes que estão acontecendo principalmente nos âmbitos acadêmicos, por exemplo, o uso das TDIC.

Nesse contexto, nosso objetivo foi analisar pesquisas sobre o ensino de estruturas multiplicativas e sobre tecnologias digitais, buscando contribuir na formação inicial de professores de matemática e no processo de ensino e aprendizagem.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para o referencial teórico desta pesquisa debateremos sobre o campo conceitual das estruturas multiplicativas e em seguida sobre as tecnologias digitais na formação de professores de matemática.

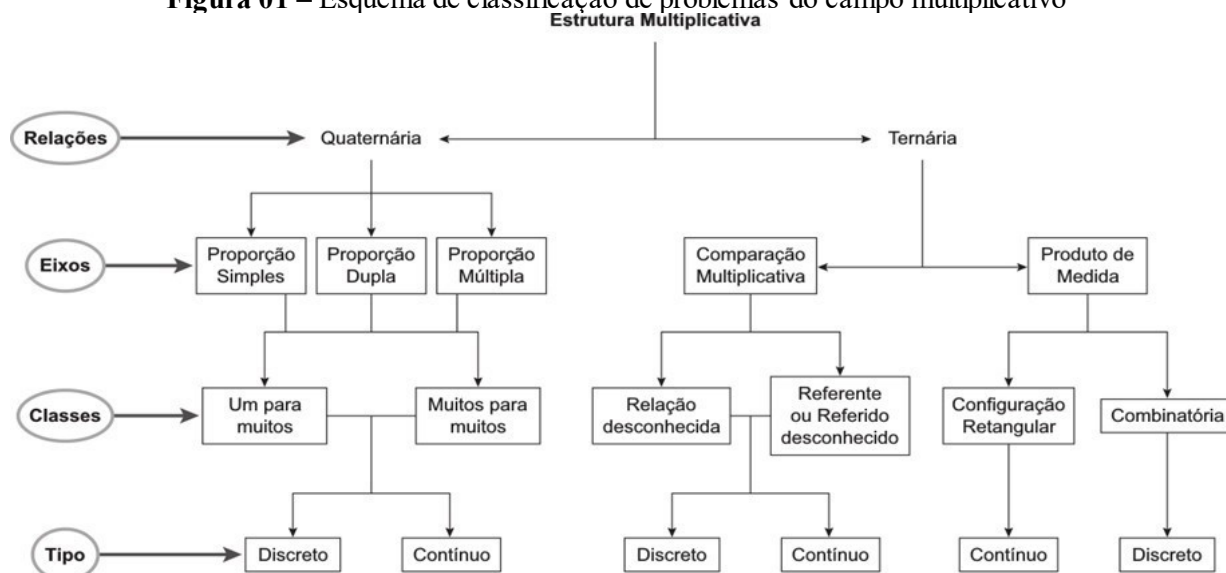
2.1 ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS

A Teoria dos Campos Conceituais visa possibilitar uma base consistente às pesquisas sobre atividades cognitivas, especificamente, com referência ao conhecimento matemático. Permite, ainda, situar e estudar as filiações e as rupturas entre conhecimentos, na perspectiva de seu conteúdo conceitual, isto é, estudar as relações existentes nos conceitos matemáticos. Trata-se de uma teoria cognitivista que oferece princípios para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências matemáticas (VERGNAUD, 1990).

Vergnaud (1994) destaca que as relações multiplicativas têm várias classes de problemas, em que é importante distinguir e analisá-las cuidadosamente. Deste modo, o sujeito terá condições de reconhecer as diferentes estruturas de problemas e desenvolver procedimentos apropriados para sua solução. Assim, para organizar as possíveis situações, os problemas de estruturas multiplicativas foram classificados conforme as relações estabelecidas entre os entes envolvidos. Os problemas do campo conceitual multiplicativo são classificados em duas classes: isomorfismo de medidas e produto de medidas (VERGNAUD, 2009).

Magina, Merlini e Santos (2012) elaboraram um esquema adaptando as ideias centrais deste campo através destas reflexões e de posse de alguns princípios da Teoria dos Campos Conceituais, com foco nas estruturas multiplicativas de Vergnaud (2009). O esquema desenvolvido pelos autores está dividido em duas relações, quais sejam, quaternárias e ternárias (VERGNAUD, 2009). A primeira relação é composta por três eixos: proporção simples, múltipla e dupla, e a segunda, por dois eixos: o de comparação multiplicativa e o de produto de medidas. Cada eixo se encontra subdividido em duas classes, um-para-muitos e muitos-para-muitos, relação desconhecida, referido desconhecido, configuração retangular e combinatória. Abaixo segue a sistematização do referido esquema.

Figura 01 – Esquema de classificação de problemas do campo multiplicativo



Fonte: Magina, Merlini e Santos (2012, p. 69)

Partindo deste esquema, podemos elaborar uma multiplicidade de problemas que podem guiar o estudante a compreensão e/ou formação de um conceito. Vergnaud define um conceito como um conjunto de três subconjuntos, $C=(S, I, R)$, em que: S é o conjunto das situações que



desafiam o estudante a chegar a solução (a referência); I é o conjunto dos invariantes operatórios, conceitos-em-ação e teoremas-em-ação que são os conceitos que foram identificados e que serão necessários para resolver o problema (o significado); e R é o conjunto das representações linguísticas e simbólicas que é a forma de expressar a resolução do problema que foi visto, analisado, resolvido e representado (o significante). No referido artigo, procuraremos entender a construção de um conceito dentro do processo de ensino e aprendizagem a partir dos resultados obtidos nas pesquisas de mestrado e doutorado que foram selecionados.

2.2 TECNOLOGIAS DIGITAIS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Geralmente, os cursos de formação de professores têm se concentrado no conhecimento do conteúdo do professor. Sentindo necessidade de ampliar essa visão, as licenciaturas começaram a olhar também para a pedagogia, enfatizando as práticas de sala de aula (SHULMAN, 1992). Entretanto, algumas abordagens na formação de professores ainda enfatizam o conhecimento do conteúdo separado do conhecimento pedagógico. Com o objetivo de acabar com essa individualidade, foi que o autor propôs a ideia de conhecimento pedagógico do conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge*). Segundo Mishra e Koehler (2003), a partir da década de 1980, um novo componente tem estado presente nas escolas, qual seja, as TDIC.

O conhecimento do conteúdo é o conhecimento sobre o assunto real que importa e que deve ser ensinado e aprendido em Matemática. O conhecimento pedagógico é o entendimento sobre os processos e práticas de ensino e aprendizagem da Matemática. O referido conhecimento requer a compreensão das capacidades cognitivas, social e teorias do desenvolvimento da aprendizagem e como se aplicam em sua sala de aula. Já o conhecimento de tecnologia é o conhecimento sobre as tecnologias analógicas, tais como livros, pincel e quadro branco, e as tecnologias digitais, como a internet, os sistemas operacionais e hardware de computador, bem como a utilização de ferramentas de softwares.

No entanto, ao invés de abordar tais conhecimentos de forma separada, a proposta é a articulação das relações entre conteúdo, pedagogia e tecnologia. Segundo Mishra e Koehler (200), isto significa que, para além de olhar cada um destes componentes de forma isolada, precisamos também nos atentarmos para eles em pares: conhecimento pedagógico e do conteúdo, conhecimento do conteúdo e tecnologia, conhecimento da pedagogia e tecnologia, e todos os três em conjunto como conhecimento pedagógico e tecnológico do conteúdo (TPACK – *Technological Pedagogical Content Knowledge*).



Especificamente para o ensino da Matemática, existem diversos recursos digitais disponíveis que podem auxiliar na construção de conhecimentos matemáticos, e que os futuros professores precisam conhecê-los.

Nesse contexto, entendemos a formação inicial como um espaço privilegiado para esses debates, pois os futuros professores serão responsáveis por dinamizar e inovar as aulas e os projetos na escola, por meio de práticas pedagógicas que possibilitem novas estratégias de utilização da tecnologia, favorecendo a qualidade da aprendizagem dos estudantes.

3 METODOLOGIA

Para a realização desta pesquisa, devemos levar em consideração diversos fatores, dentre eles destacamos a relevância de nosso estudo na área na qual se insere. A fim de identificar parâmetros e resultados em pesquisas correlatas que nortearão o desenvolvimento da nossa investigação, realizamos o estado da questão.

Segundo Nóbrega-Therrien e Therrien (2010) o estado da questão é uma forma que o pesquisador pode utilizar para entender e conduzir o processo de elaboração da sua produção científica, com relação ao desenvolvimento de seu tema e objeto de sua investigação. É um meio viável e particular de entender, articular e apresentar determinadas questões mais diretamente ligadas ao tema que está sendo investigado.

No entanto, buscando identificar as pesquisas sobre estruturas multiplicativas, formação de professores e tecnologias digitais, foi procedido um levantamento de trabalhos - teses, dissertações - publicados no período de 2014 a 2018.

Tomamos como base de dados o Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Este repositório, congrega trabalhos, resultados de pesquisas de mestrados acadêmicos e profissionais, bem como teses de doutorado de Instituições de Educação Superior (IES) de todas as regiões do Brasil, nas diversas áreas. Procedemos com um levantamento de pesquisas em nível de pós-graduação *stricto sensu*. Para identificar os trabalhos sobre o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, colocamos a expressão “Teoria dos Campos Conceituais”, em relação à TCC, a pesquisa no Banco de Teses da CAPES resultou em trezentos e dois trabalhos entre dissertações e teses, em seguida selecionamos o período de tempo do nosso interesse e marcamos a opção de área de ensino em “Ensino de matemática” que reduziu o número de trabalhos à sessenta e sete.

A partir deste número de trabalhos encontrados, através de uma seleção minuciosa identificamos aqueles que se aproximassem dos objetivos desta pesquisa. Dessa maneira, como recorte da pesquisa, foram consideradas as pesquisas realizadas com formação docente,



estruturas multiplicativas e suporte tecnológico no processo de ensino e aprendizagem. Ao final das análises com base nos critérios de seleção, obtivemos oito pesquisas que serão detalhadas posteriormente.

No próximo tópico apresentaremos o levantamento dos trabalhos (estado da questão) que abordam a Teoria dos Campos Conceituais no processo de ensino e aprendizagem e o uso das tecnologias. Desta maneira, procuraremos evidenciar na pesquisa aqui relatada um possível caminho para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da matemática.

4 PESQUISAS DE MESTRADO E DOUTORADO COLETADAS NO REPOSITÓRIO DA CAPE

Assis (2014) apresentou um estudo sobre o efeito de um processo de formação continuada sobre combinatória, baseado na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1986). A pesquisa foi realizada em uma determinada escola com um grupo de professores da mesma, contudo a autora traz a efetuação das inferências partindo do depoimento e das práticas de uma professora. A pesquisa se estabeleceu através de entrevistas, e análise dos planos de aula produzidos e observação da prática docente.

Os dados da pesquisa apontaram para uma carência de uma intervenção no que se refere ao ensino do conteúdo de combinatória, uma vez que nos mostram que havia uma limitação com relação ao conhecimento especializado do conteúdo e ao conhecimento didático do conteúdo por parte da professora.

Jucá (2014) ao desenvolver sua pesquisa de doutorado, investigou o campo de competência que os estudantes do 6º ano do ensino fundamental devem dispor para resolver problemas aritméticos com os números decimais. Para tanto, foi selecionada uma escola pública na cidade de Belém do Pará, sendo propostas atividades de ensino com os números decimais na turma do 7º ano do ensino fundamental. As atividades de ensino foram utilizadas como ferramentas de pesquisa assim como áudios das conversas com os alunos, observação e testes diagnósticos.

Analisando as atividades de resolução de problemas, foi constatado que no desenvolvimento das atividades, os estudantes conseguiram ter um bom desempenho na resolução dos problemas decimais ou aditivos, porque tinham familiaridade com os problemas que envolviam os números naturais. Porém, nos problemas multiplicativos com os números decimais os alunos não tiveram um bom desempenho. O autor constatou que o conhecimento dos números naturais influenciou diretamente na aprendizagem dos números decimais, pois os estudantes que tinham habilidade na resolução de problemas e nas



operações com os números naturais não apresentaram dificuldade em resolver problemas com os números decimais e aprender as operações.

Oliveira (2014) buscou identificar quais são os invariantes operatórios que os professores utilizam de forma coerente e consolidada nos primeiros anos do ensino fundamental durante a análise de situações envolvendo combinatória. Os dados desta pesquisa se deram através de entrevistas e questionários que visavam atingir o foco do trabalho.

Os professores entrevistados mobilizaram o invariante operatório da enumeração dos elementos em quase todas as situações, mas só tiveram êxito nos momentos em que se envolviam duas etapas e um número menor de possibilidades, e essas mobilidades nem sempre acontecem dentro do seu domínio de validade, fazendo com que o professor seja mal sucedido em suas resoluções.

Souza (2015) desenvolveu sua pesquisa com base no questionamento; “quais são as concepções que os professores que lecionam no Ensino Fundamental possuem no que tange ao campo conceitual multiplicativo?” A autora optou pela Teoria dos Campos Conceituais como aporte teórico, teoria proposta por Vergnaud (1996, 2009), com ênfase no campo conceitual multiplicativo (1983, 1988).

Foram impostas duas fases aos participantes da pesquisa, primeiramente uma entrevista para coleta de dados gerais dos professores e posteriormente foi proposto que cada participante elaborasse situações-problema envolvendo multiplicação e ou divisão. Os resultados obtidos na pesquisa mostraram que a grande maioria das situações-problema elaboradas pelos participantes da pesquisa foram do eixo proporção simples, em especial na classe um-para-muitos.

Ventorini (2015) apresentou em sua pesquisa uma proposta para analisar as potencialidades do software de programação Scratch na elaboração de objetos de aprendizagem no processo de construção das relações funcionais envolvendo funções.

Os resultados da pesquisa apontam que a utilização do Software Scratch para a aprendizagem de funções oportuniza ao aluno fazer deduções, controlar resultados, antecipações e tirar conclusões, o ajudando na formalização e abstração desses conceitos quando o aluno se encontra em um ambiente de resolução de situações e investigação.

O uso da ferramenta tecnológica Scratch potencializou a aprendizagem do conteúdo de funções, evidenciando que ambientes virtuais educacionais favorecem o ensino de estruturas multiplicativas.

Silva (2016) investigou o tratamento dado por estudantes do 6º ano do ensino fundamental às situações que dão sentido a área como grandeza, em ambientes com



características distintas: papel e lápis, materiais manipulativos e no software de geometria *Apprenti Géomètre 2*. A Teoria dos Campos Conceituais foi escolhida como suporte teórico, desenvolvida por Gérard Vergnaud e seus colaboradores e a abordagem de área como grandeza geométrica proposta por Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian.

Na análise dos dados, foram caracterizados os procedimentos utilizados pelos alunos e identificados teoremas em ação subjacentes aos mesmos. Os participantes da pesquisa mostraram dominar parcialmente ou plenamente na comparação das áreas procedimentos de inclusão e sobreposição, como também decomposição e recomposição de figuras.

Na pesquisa realizada por Silva (2016), o Software *Apprenti Géomètre* Foi indispensável na análise dos conhecimentos dos participantes da pesquisa, sendo mensurador dos conhecimentos prévios e mediador na obtenção de novos conhecimentos.

Rosa (2017) apresenta os resultados de uma pesquisa realizada em uma escola pública e da zona rural no interior do estado do Paraná, na qual os participantes eram alunos do 6º ao 9º ano. A pesquisa buscou identificar como os teoremas em ação falsos, que já foram catalogados em pesquisas anteriores surgem nas respostas dos sujeitos na resolução de questões contextualizadas e em um projeto de modelagem matemática, envolvendo os conceitos de área e perímetro à luz da Teoria dos Campos Conceituais.

Após a aplicação do teste diagnóstico a autora propôs a realização de um projeto de modelagem matemática com um problema envolvendo a pintura do muro da escola que foi o lócus da pesquisa. Nas resoluções dos testes diagnósticos foram notados teoremas em ação falsos, no entanto, durante o desenvolvimento do projeto de modelagem matemática os alunos não manifestaram esses teoremas.

Silva (2018), guiada pela Teoria dos Campos Conceituais desenvolveu a pesquisa com o objetivo de compreender como as atividades contextualizadas, por meio da educação pela pesquisa podem contribuir para a aprendizagem dos estudantes no ensino da Matemática.

A pesquisadora utilizou na coleta de dados questionários respondidos pelos professores e pelos estudantes, como também um mapa diário no qual os estudantes registravam suas atividades e um diário de campo em que a autora anotava suas observações.

Através das análises dos dados a autora afirmou que a resolução de problemas é a estratégia mais utilizada para ensinar Matemática e, se tratando da tecnologia, professores ainda optam por softwares bastante antigos como Geogebra e Graphmath, também foi constatado pela autora que pôde-se notar que os estudantes encontram dificuldades na resolução de atividades contextualizadas.



Com base nos trabalhos aqui analisados, ressaltamos a importância do presente artigo no debate sobre o ensino da matemática a luz da teoria dos campos conceituais e também com o suporte das tecnologias digitais, pois relatamos um contraste entre as metodologias de ensino atuais, que recorrem ao ensino tradicional, como também, focam no ensino puramente matemático desde o ensino básico até o ensino superior com o nível de interação de docentes e discentes com a educação matemática. Percebemos nos resultados das pesquisas analisadas que buscavam compreender o conhecimento dos professores da rede pública de ensino, um *déficit* no que se refere ao conhecimento do conteúdo ministrado pelos próprios sujeitos das pesquisas, resultando em resoluções mal sucedidas e questões superficiais elaboradas pelos docentes na pesquisa que propôs tal atividade, pesando diretamente na aprendizagem dos estudantes. Contudo, o presente artigo reforça a ideia já presente em diversos estudos sobre os currículos nos cursos de formação inicial e continuada e os conteúdos matemáticos no ensino fundamental, buscando através de mais pesquisas desta natureza um ensino e uma aprendizagem de qualidade.

Os trabalhos que envolviam tecnologias digitais que foram selecionados nos nossos critérios tiveram um número reduzido, mas foi o suficiente para nos mostrar resultados positivos em seu andamento e conclusão, pois o suporte utilizado proporcionou aos participantes da pesquisa mais recursos, liberdade e uma nova visão sobre a aprendizagem e ministração do conteúdo matemático, além de demonstrar que já existe certo uso das tecnologias, mas de forma monótona e simplificada, o que reforça a ideia da necessidade de uma formação inclusa na era digital. Assim, o uso das tecnologias na educação passa a ser não mais um obstáculo, mas uma opção favorável no ensino e aprendizagem da matemática.

No próximo tópico, apresentamos as considerações finais do trabalho, discutindo a relevância dos resultados alcançados pela experiência de um levantamento de pesquisas sobre estruturas multiplicativas com base na teoria dos campos conceituais e tecnologias.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir destas pesquisas passamos a compreender a importância e como trabalhar com um campo conceitual na formação de professores de Matemática, especificamente com o conceitos das estruturas multiplicativas. Evidenciamos que nesses processos de formação é relevante elaborarmos, coletivamente, situações desencadeadoras de aprendizagem. Nesse contexto, passamos a observar a prática docente como um processo de mediação entre o ensino e a aprendizagem. Além de reconhecermos que os ambientes computacionais podem potencializar o ensino e a aprendizagem de conteúdos específicos.



Além das reflexões aqui mostradas, também podemos ressaltar a similaridade dos resultados desta pesquisa com outros trabalhos do autor, que se assemelham no tocante a positividade do uso das tecnologias na educação e sobre uma notória necessidade de atualização nos cursos de formação.

Consideramos que o presente artigo contribuiu para a formação do autor enquanto professor, como também na formação de professores de matemática nos aspectos teóricos e metodológicos e no processo de ensino e aprendizagem, pois este estudo é um diferencial no tocante a educação matemática.

Referências

- ASSIS, A.M.R.B. **Conhecimento de combinatória e seu ensino em um processo de formação continuada**: reflexões e práticas de uma professora. Recife. 2014 169 f. Dissertação de mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnologia - Universidade Federal de Pernambuco. 2014
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4a. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para Licenciaturas**. Brasília: MEC/CNE, 1998.
- CURY, H. N.; BIANCHI, A. S. A.; AZAMBUJA, C. R. J.; MÜLLER, M. J.; SANTOS, M. B. Formação de Professores de Matemática. v.4, n.1, pp. 37- 42 jan./jun. 2002. In: **Revista Acta Scientiae**. Canoas, RS: Ed. ULBRA, 2002.
- JUCÁ, R.S. **Um estudo das competências e habilidades na resolução de problemas aritméticos aditivos e multiplicativos com os números decimais**. Belém. 2014 283 f. Tese - Doutorado em Educação, em Ciências e Matemática - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-graduação da Rede Amazônica em Educação, em Ciências e Matemática. Belém, 2014.
- MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. **A estrutura multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais**: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. *Anais...* Fortaleza: UFC/UECE, 2012.
- MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Not “what” but “how”: Becoming design-wise about educational technology. In Y. Zhao Ed., **What teachers should know about technology: Perspectives and practices** pp. 99–122. Greenwich, CT: Information Age Publishing, 2003.
- NÓBREGA-TERRIEN, S. M.; TERRIEN, J. O estado da questão: aportes teóricos-metodológicos e relatos de sua produção em trabalhos científicos In: FARIAS, I. M. S. de; NUNES, J. B. C; NÓBREGA TERRIEN, S. M. (Org.). **Pesquisa científica para iniciantes: caminhando no labirinto**. Fortaleza: EdUECE, 2010. p. 33-51. Coleção Métodos de Pesquisa.
- OLIVEIRA, G.E. **Raciocínio combinatório na resolução de problemas nos anos iniciais**



do ensino fundamental: um estudo com professores. São Paulo. 2014 226 f. Dissertação de mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2014.

PONTE, J. P. **A investigação sobre o professor de Matemática:** Problemas e perspectivas. I SIPEM — Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo, Brasil, 2009.

ROSA, R.X. **Projeto de modelagem matemática e teoremas em ação: uma investigação sobre os conceitos de área e perímetro.** Maringá, PR, 2017 119 f. Dissertação de mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática - Universidade Estadual de Maringá, 2017.

SHULMAN, L. Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching. In: MESA, L.M.; JEREMIAS, J.M.V. **Las didácticas específicas en la formación del profesorado.** Santiago de Compostela: Tórculo, 1992.

SILVA, A.D.P.R. **Ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica: um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no apprenti géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental.** Recife, 2016 315 f. Dissertação de mestrado - Programa de Pós - Graduação em Educação Matemática e Tecnológica - Universidade Federal de Pernambuco, 2016.

SILVA, C.M. **Percepções de professores e estudantes acerca do ensino da matemática por meio de atividades contextualizadas.** RS, 2018 159 f. Dissertação de mestrado - Programa de Pós - Graduação em Educação em Ciências e Matemática - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2018.

SOUZA, E.I.R. **Estruturas multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental.** Ilhéus, UESC, 2015 107 f. Dissertação de mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Universidade Estadual de Santa Cruz, 2015.

VENTORINI, A.E. **Construção de relações funcionais através do software scratch.** Santa Maria, 2015 167 f. Dissertação de mestrado - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Área de Concentração em Educação Matemática - Universidade Federal de Santa Maria, 2015.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade:** problemas do ensino da Matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **La théorie de champs conceptuels.** Recherches en Didactique de Mathématiques, vol 10, nº2.3, pp. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Multiplicative Conceptual Field: what and why? In: HAREL, G.; CONFREY, J. **The development of multiplicative reasonig in the learning of Mathmatics.** New York: State of New York Press, 1994.



EXPLORANDO O ESPAÇO GEOMÉTRICO POR CAMINHOS TOPOLÓGICOS

Maria Gerrylane Pereira dos Santos²⁰
Dr. Northon Canevari Leme Penteado²¹

Resumo:

O presente trabalho aborda a importância do estudo de noções básicas de Topologia na Educação Básica, explorando de que maneira o mesmo pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Geometria, como forma de contribuição na exploração do espaço e na prática da medição, minimizando dificuldades e reconstruindo conceitos geométricos. As atividades foram desenvolvidas com alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola Belarmino Lins de Medeiros, localizada no município de Abaiara-CE. Atividades práticas foram realizadas, trabalhando com problemas clássicos da Topologia como as Sete Pontes de Königsberg e o Teorema das Quatro Cores. Foi realizada também uma oficina pedagógica para construção da faixa Möebius. E, por fim, aplicou-se um questionário para complementação dos resultados obtidos. Desta forma, percebeu-se que atividades envolvendo Topologia se tornam um suporte viável, fazendo com que o aluno amplie seu conhecimento e pensamento geométrico e, a partir daí, obtenha envolvimento e interesse pelas Geometrias.

Palavras chave: Topologia; Geometria; Oficina pedagógica.

1 INTRODUÇÃO

Grande parte dos conhecimentos geométricos apresentados na escola é sustentado, de modo geral, pela denominada Geometria Euclidiana, sistematizada por Euclides, matemático de Alexandria, por volta de 300 a.C., que na obra “Os Elementos” reuniu diversos conhecimentos matemáticos, inclusive geométricos.

Normalmente, descreve-se o espaço ao nosso redor com base em formas geométricas regulares. Mas, por exemplo, uma montanha não possui o formato de um cone e nem o planeta Terra se caracteriza como uma esfera perfeita. Geometricamente, a natureza se comporta de uma maneira que não é totalmente explicada pela Geometria que estudamos no ambiente escolar, a chamada Geometria Euclidiana. Existem, então, comportamentos que fogem bastante da Geometria que conhecemos e que foram objetos de estudo de vários estudiosos no século XIX, a exemplo de Nikolai Lobachevski, János Bolyai e Carl Gauss, que resolveram investigar o que aconteceria se conseguisse demonstrar o quinto postulado de Euclides. Fazendo isso descobriram que estava surgindo outro tipo de Geometria, a qual fugia dos padrões da Geometria de Euclides. Nesse momento, a forma de enxergar o espaço havia mudado, surgindo assim as primeiras Geometrias não Euclidianas. Uma delas é a Topologia,

²⁰ Universidade Federal do Cariri/UFCA, gerrylanesantos4@gmail.com.

²¹ Universidade Federal do Cariri/UFCA, northon.canevari@ufca.edu.br



uma área bem recente da Matemática que estuda a estrutura de objetos sem se preocupar com seu tamanho ou formato, diferente da Geometria que vemos na escola.

O estudo de Topologia pouco aparece nos currículos de Matemática da Educação Básica, de modo que o estudante pode concluir que a Geometria Euclidiana é a única Geometria possível.

Muitas são as dificuldades na aprendizagem de Geometria que acabam impossibilitando a capacidade de percepção, visualização e representação do espaço pelo aluno. “No estudo da Geometria, tanto no Ensino Fundamental como o Ensino Médio, os alunos possuem dificuldade de entender os conceitos e aplicações que envolvem os conteúdos estudados” (BALDISSERA, 2011, p. 2). No entanto, o ensino de Matemática vem ganhando destaque por apresentar várias alternativas para melhorar a compreensão dos educandos. Entre elas, está a resolução de problemas por meio de investigação e oficinas pedagógicas. Diante disso, devido a essas dificuldades na aprendizagem dos alunos em determinados conceitos geométricos, este trabalho se justifica através da exploração do espaço geométrico por caminhos topológicos.

Com base em todas as questões apresentadas, decidiu-se desenvolver este trabalho com uma turma de alunos do 1º ano do Ensino Médio da Escola Belarmino Lins de Medeiros, localizada na cidade de Abaiara-CE, cujo objetivo principal foi explorar de que forma o estudo de noções básicas de Topologia Geométrica pode auxiliar no processo de ensino aprendizagem dos alunos em Geometria como forma de contribuição na exploração do espaço e na prática da medição, com a finalidade de minimizar dificuldades e reconstruir conceitos. Para tanto, a Topologia foi mostrada de modo acessível, por meio de ilustrações e atividades práticas relacionadas com alguns aspectos possíveis de serem visualizados.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DE GEOMETRIA E A EXPLORAÇÃO DO ESPAÇO

Para Andrade (2013), o termo Geometria significa *medição de terras*. É um ramo da Matemática que se faz presente no nosso cotidiano desde a antiguidade, influenciando no desenvolvimento humano até os dias atuais. Nesse sentido, a “Geometria desenvolve habilidades básicas no educando, destacando-se a capacidade de comunicação, percepção espacial, análise e reflexão, bem como abstração e generalização” (LEIVAS; SILVA, 2015, p. 74), o que vai muito além de memorizações.

Nesse sentido, Oliveira e Velasco (2007) afirmam que:



O ensino da geometria, além de possuir um vasto campo de aplicação prática, permite igualmente ao educando construir conhecimentos teóricos. Estes conhecimentos, compostos por definições, temas, postulados e teoremas, possibilitam um amplo desenvolvimento intelectual, ou seja, um grande desenvolvimento da interpretação e do raciocínio teórico e prático (OLIVEIRA; VELASCO, 2007, p. 2).

A Geometria é uma exploração do espaço. Há muito tempo o saber geométrico envolveu o que hoje chamamos de grandezas geométricas, como área, volume, comprimento, ângulo, etc., isso explica porque muitos tratam essas grandezas como parte da Geometria.

Segundo Dienes e Golding (1969), as primeiras noções geométricas não são euclidianas, já que não levam em conta as questões relativas a medidas. No mesmo sentido, Piaget e Inhelder (1993) afirmam que a intuição geométrica de uma criança é mais topológica do que Euclidiana. Para eles, a uma criança interessa primeiramente as relações de estar dentro ou fora, pertencer e não pertencer, estar perto ou longe, junto ou separado, por exemplo. De acordo com esses autores, antes de elaborar o processo de contagem a criança explora o espaço e a natureza ao seu redor e a forma com que ela explora.

Normalmente, o espaço ao nosso redor é descrito com base em formas geométricas regulares. Mas muitas vezes a natureza se comporta de uma forma que não é possível ser explicada somente pela Geometria que conhecemos no meio escolar. Como o formato de uma montanha, de um vegetal ou até mesmo do planeta Terra. Existem comportamentos que fogem bastante da Geometria que conhecemos.

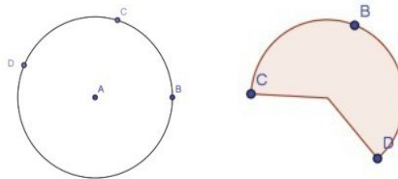
A Geometria Euclidiana foi considerada por muitos séculos como modelo para explorar o espaço, contudo esse espaço é somente o plano. Surgem assim, os questionamentos, a Terra é um espaço esférico, pontualmente estamos em um espaço plano, mas quando se considera grandes distâncias sobre a superfície terrestre a geometria euclidiana somente não basta. (CARDEAL, 2012, p. 10)

Para Leivas (2008), a partir daí surgem algumas propriedades matemáticas formais relacionadas com essa forma de explorar o espaço, as quais podem ser obtidas intuitivamente, desde que orientadas corretamente. Relações como fora, dentro, interior, exterior, aberto, fechado, perto, longe, separado, unido, contínuo e descontínuo podem ser consideradas relações topológicas.

Quando se fala em Topologia, pensa-se logo em cálculos enormes ou em alguma disciplina de análise real da reta dos cursos de Licenciatura. Conforme Rissi e Franco (2008), Topologia significa estudo do lugar. Ela é o ramo da Matemática que estuda os espaços topológicos, sendo considerada por muitos como uma extensão da Geometria e que estuda as transformações contínuas de objetos topológicos.

A Geometria descreve metricamente uma figura, ou seja, se preocupa com aspectos quantitativos, enquanto a Topologia analisa as propriedades das figuras de forma mais qualitativa, ou seja, as propriedades métricas não importam. Ela imagina os objetos como se fossem de borracha podendo ser drasticamente modificados. Observe abaixo (Figura 1) um exemplo bem simples de transformação topológica.

Figura 1 – Transformação topológica da circunferência em um setor circular à direita



Fonte: Leivas (2008, p. 69-70)

À esquerda, encontra-se uma circunferência de centro A, onde apresenta ao seu redor os pontos B, C e D. À direita, percebe-se que a circunferência foi deformada em um setor circular e que o ponto B permanece entre pontos C e D, onde o invariante que permaneceu foi o “estar entre”, que também pode estar associado à propriedade de vizinhança.

Cabe ressaltar que não é qualquer tipo de deformação que é considerada um tipo de transformação topológica. Certas propriedades topológicas devem permanecer invariantes, as quais são denominadas por Eves (2011) como aquelas que conservam uma figura geométrica invariante sob as transformações topológicas. Em suma, ao se ter duas figuras em que cada uma pode transformar-se topologicamente uma na outra, são consideradas topologicamente equivalentes.

2.2 NOTAS HISTÓRICAS DA TOPOLOGIA E APLICAÇÕES

Assim como toda Ciência, a Topologia não surgiu do nada. Tudo começou com a descoberta das Geometrias não Euclidianas, assim chamada por não obedecerem às propriedades da Geometria Euclidiana que tem como principal influência o grande Matemático Euclides de Alexandria, que reuniu em sua obra “Os Elementos” grandes conhecimentos geométricos.

Para melhor entender o que segue, recordemos os cinco postulados de Euclides, extraídos da tradução brasileira de Irineu Bicudo (BICUDO, 2009, p. 98):



- 1 Fique postulado traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto.
- 2 Também prolongar uma reta limitada, continuamente, sobre uma reta.
- 3 E, com todo centro e distância, descrever um círculo.
- 4 E serem iguais entre si todos os ângulos retos.
- 5 E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos. (BICUDO, 2009, p. 98)

Euclides havia criado então cinco postulados, dos quais o de número 5, conhecido como postulado das paralelas foi o que mais chamou atenção de muitos matemáticos da época, o qual segundo Stewart (2014) parecia mais com um teorema do que com um postulado.

Muitas foram às tentativas para demonstrar tal postulado, utilizando os quatro primeiros. Mas foram os pesquisadores Nikolai Ivanovich Lobachevski (1792-1856), János Bolyai (1802-1860) e Carl Friedrich Gauss (1777-1855) que, no início século XIX, conseguiram demonstrá-lo, comprovando que se tratava de um axioma, necessário e independente dos outros, dando início a uma revolução na forma de encarar o conhecimento geométrico. Estes três autores do século XIX, ao demonstrarem o quinto postulado de Euclides, descobriram que tinham uma nova Geometria com várias características interessantes e únicas, hoje denominada Geometria Hiperbólica. Nasce, assim, uma das primeiras Geometrias não Euclidianas.

Segundo Rissi e Franco (2008), a descoberta das Geometrias não Euclidianas acabou a crença da Geometria como uma forma de descrição exata do espaço físico. Com estas descobertas, abriu-se um novo caminho para criação de muitas outras geometrias, sendo a Topologia uma delas.

Apesar de haver indícios de que a Topologia surgiu em meados no século XX, Rodrigues (2011) afirma que algumas questões isoladas já vinham sendo investigadas envolvendo Topologia, entre elas, o problema das Sete Pontes de Königsberg e a famosa “Fórmula de Euler” ou “Relação de Euler”. A fórmula de Euler foi uma das descobertas topológicas mais antigas, anunciada primeiramente por René Descartes (1596-1650), em 1640, e provada por Leonhard Euler (1707-1783), em 1752, sendo considerada uma das primeiras aplicações práticas da Topologia.

Existem infinitudes de aplicações da Topologia. Na informática, por exemplo, espaços de configurações são empregados em pesquisas atuais da robótica, em que as várias posições possíveis de um robô podem ser descritas por esse coletor chamado espaço de configuração.

Em uma área mais recente da Topologia, chamada TDA (*Topological Data Analysis*), existem várias aplicações como, por exemplo, na genética, para analisar e agrupar



características de DNA. Em outras áreas como Biologia, Ecologia e Agronomia, as técnicas de TDA analisam dados coletados, agrupando características procuradas. Entretanto, o que chama atenção na Topologia é sua capacidade para resolver problemas práticos como analisar o melhor trajeto para distribuir mercadorias ou como, até mesmo, modificar um objeto sem quebrá-lo.

3 METODOLOGIA

Para elaboração da presente pesquisa foi feito, primeiramente, um levantamento bibliográfico para obter informações sobre o tema e as atividades que podiam ser inseridas na Educação Básica envolvendo noções de Topologia. O trabalho foi realizado a partir de intervenções feitas em sala de aula, as quais foram realizadas no período de três dias na Escola Estadual Belarmino Lins de Medeiros, localizada na cidade de Abaiara/ CE, com uma turma de 28 alunos do 1º ano do Ensino Médio

Vale ressaltar que, antes de realizar a presente pesquisa, foi feito o contato com o professor de Matemática da turma, momento este onde fora apresentado o projeto a ser desenvolvido, mostrando os objetivos e como se pretendia alcançá-los. Foi mostrado também como seria feita essa abordagem, apresentando um roteiro da aplicação do projeto e os materiais que seriam utilizados.

No segundo dia, foi realizada uma abordagem introdutória da teoria de Topologia, discutindo com os alunos sobre o surgimento de tal ciência, bem como suas aplicações presentes no cotidiano. Foram mostrados também alguns tipos de transformações Topológicas em que as relações de ordem, interior e exterior e “estar entre”, foram mantidas. Logo após, foi feita uma abordagem histórica da Topologia, de forma que fosse apresentado aos alunos o que levou o surgimento de tal ciência e quais autores foram protagonistas do desenvolvimento desse novo conhecimento geométrico. Em seguida, foram exibidos dois problemas clássicos da Topologia, assim considerados por muitos estudiosos, por impulsionarem estudos na Topologia. Um deles foi o famoso problema das Sete Pontes de Königsberg que é um problema bem antigo da Topologia que foi solucionado por Leonhard Euler, originando a teoria dos grafos. Tal problema consistia em questionamentos feitos por moradores dessa cidade, onde se perguntavam: “Será que seria possível passear por todas as pontes de forma que passe apenas uma vez por cada uma?”. Após exposto, foi pedido aos alunos que tentassem solucionar o desafio das sete pontes, em que foi montado um cenário de cartolina e papel no chão da sala, de forma que facilitasse a visualização.

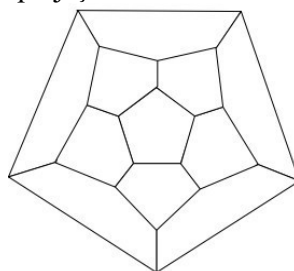
Figura 2 – Cenário montado em sala para o problema das Sete Pontes de Königsberg



Fonte: Acervo Pessoal

O outro problema exposto foi o Teorema das Quatro Cores, onde fora apresentada toda a história e os autores importantes que tentaram demonstrar tal teorema. Logo após, foi solicitado aos alunos que pintassem um desenho (Figura 3) com apenas quatro cores de forma que as formas geométricas vizinhas que dividiam a mesma fronteira não tivessem a mesma cor.

Figura 3 – Mapa "icosiano", projeção das arestas de um dodecaedro em um plano.



Fonte: Sampaio (2004, p. 21)

No terceiro momento, foi realizada uma oficina com os alunos, em que foram construídas a fita *Möebius* e a superfície cilíndrica, para que eles percebessem características únicas de cada uma delas, diferenciando-as. Para tanto, foram utilizados como recursos manipulativos materiais de baixo custo e de fácil acesso como folhas de papel, lápis de cor, cola, régua, pincel e tesoura. Durante a construção das faixas, foram abordados conteúdos matemáticos como faces, vértices, ponto médio e medidas, como também algumas explorações da faixa de *Möebius*. No final da oficina, foi aplicado um questionário para coleta de dados, para análise quantitativa e qualitativa dos dados, como forma de avaliar o conhecimento adquirido pelos alunos e suas opiniões sobre a atividade realizada.

Utilizou-se dessas abordagens na presente pesquisa para fazer com que os alunos explorassem, conjecturassem e testassem suas hipóteses primitivas sobre Topologia, com recurso de materiais manipuláveis e suas intuições.

4 RESULTADOS

4.1 OBSERVAÇÃO

No primeiro momento, em sala de aula com os alunos participantes, pode-se perceber que estes nutrem uma visão da Matemática como algo prático, mecânico e não conceitual, pois durante a abordagem histórica, em que foi apresentado o surgimento da Topologia e os autores importantes que foram protagonistas desse cenário, os alunos estavam um pouco dispersos, demonstrando pouco interesse pelo que estava sendo exposto naquele instante.

No segundo momento, onde fora realizada a atividade envolvendo o problema das Sete Pontes de Königsberg, muitos comentaram logo de início que não havia solução para o problema. Foi possível perceber os alunos um pouco tímidos para virem procurar ou buscar a solução explorando o cenário que havia sido montado. Percebendo isso, foi proposto então que tentassem numa folha de papel e, se conseguissem, viriam demonstrar para os outros alunos. Foi nesse momento que começaram a participar e perder um pouco a timidez. Muitos até tentaram solucionar o problema utilizando o quadro ou o cenário, mas não conseguiam.

Figura 4 – Alunos buscando solucionar o problema das Sete Pontes de Königsberg.



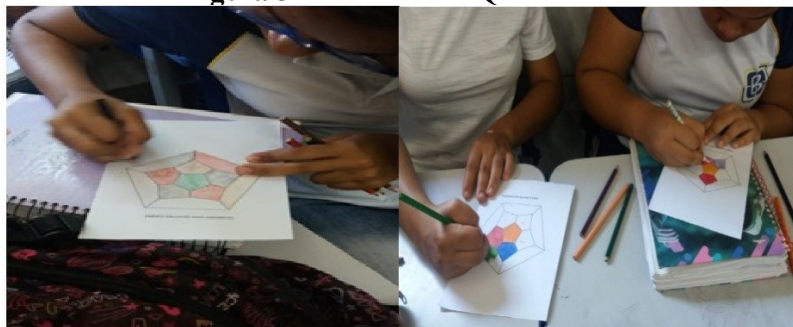
Fonte: Acervo Pessoal

Na conclusão da atividade, após muitas tentativas dos alunos, foi discutido que não há solução para este problema. As reações dos alunos quanto a isso foram diversas, uns riram, outros reclamaram. Alguns questionavam: “*por que você não falou logo?*”. É importante ressaltar que o processo de busca por soluções é indispensável para uma aprendizagem significativa e que, através dessa busca, o aluno se torna um construtor do seu conhecimento. Foi preciso destacar também que se Leonhard Euler não tivesse tentado resolver tal trabalho a Teoria dos Grafos poderia nem ter existido.

Foi satisfatório ver todos os alunos tentando resolver o problema, engajando-se e demonstrando interesse pelo problema. É importante fazer com que nossos alunos se sintam importantes, propondo desafios para que sejam levados a desenvolver seu raciocínio.

Durante a atividade do Teorema das Quatro Cores, após a exposição do tema, muitos dos alunos pensaram logo de início que não seria possível assim como o problema das Sete Pontes. Então foi mostrado como exemplo o mapa do Brasil pintado com apenas quatro cores. Neste momento solicitou-se que os alunos pintassem um desenho (ver figura 3) com apenas quatro cores. Percebi que durante essa atividade houve uma grande participação dos alunos, muitos até conseguiram pintar rapidamente, enquanto outros ficavam um pouco perdidos, não conseguindo concluir a atividade e não alcançando o objetivo.

Figura 5 – Teorema das Quatro Cores



Fonte: Acervo Pessoal

Durante a realização da oficina, observou-se certa dificuldade dos alunos em utilizar a régua, fazendo medições equivocadas, não conseguindo identificar as medidas corretamente. Outras dificuldades encontradas foram na identificação de alguns conceitos como vértices, arestas e faces. Como forma de revisar e auxiliar os alunos, os conteúdos iam sendo abordados à medida que as dúvidas iam surgindo. Surgiram curiosidades quanto ao tipo de objeto que estavam construindo. Conforme construíam e exploravam as faixas obtidas, os alunos ficavam surpresos, ao descobrir o resultado final da transformação.

Figura 6 – Construção da faixa de Möebius



Fonte: Acervo Pessoal



4.2 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO

A fim de preservar a identidade dos alunos investigados, os mesmos foram nomeados por A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 e, assim por diante. Devido a grande quantidade, foram selecionadas algumas das respostas dadas pelos alunos.

A primeira pergunta consistia no seguinte questionamento: *De acordo com o que foi estudado, o que é Topologia? E qual a diferença entre Topologia e Geometria?*

A_{16} : “São figuras que podem ser distorcidas e transformadas em outras e elas não obedecem a lei de Euclides”.

A_{28} : “Topologia é o que não tem medidas”.

É importante que os alunos tenham contato com outras áreas de estudo para que ampliem os horizontes do conhecimento, superem os paradigmas, despertem a consciência crítica que leva o indivíduo à superação e transformação da realidade, enxergando o mundo de outra forma.

Ao se perguntar aos alunos: *O que significa “Transformação Topológica”,* muitos responderam da seguinte maneira:

A_1 : “É quando moldamos alguma figura geométrica da maneira que queremos, porém mantendo algum tipo de relação com a figura anterior e não podendo cortar, rasgar e etc.”

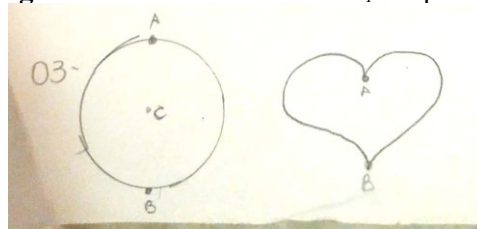
A_{13} : “De uma figura transforma uma figura em outras, mas obedecendo certas ordens exemplo não podem ser cortadas”.

Grande parte dos alunos conseguiram entender o significado de Transformação Topológica e que para se ter uma transformação desse tipo é necessário que se mantenham certas relações com a figura anterior, perdendo assim suas propriedades métricas. E isso faz com que os mesmos desenvolvam seu pensamento geométrico, bem como a compreensão de relações espaciais.

A terceira questão solicitava o seguinte: *“Imagine uma figura geométrica qualquer em que suas arestas são feitas de borracha. Em que tipo de figura você a transformaria? Desenhe”.*

Nesta terceira questão, muitos alunos não quiseram sair da sua zona de conforto e escolheram transformações de figuras simples como a de um quadrado em um triângulo ou vice-versa, círculos em triângulos ou em quadrados. Mas um dos alunos (A_1) resolveu inovar, dizendo que iria transformar uma circunferência de centro C em um coração. Foi interessante esse desenho, pois o aluno se lembrou de colocar os pontos corretamente. Mesmo entendendo o conceito de transformação topológica, a maioria dos alunos esqueceu este detalhe importante, pois é através dele que podemos identificar qual relação permaneceu na figura transformada.

Figura 7 – Desenho do aluno A_1 na questão 3



Fonte: Acervo Pessoal

Diante do exposto, é possível analisar que grande parte dos alunos conseguiu aproveitar o que havia sido repassado. Orientações didáticas são dadas pelos Parâmetros Curriculares referentes ao pensamento geométrico, tais como a compreensão de relações e representações espaciais através da exploração sensorial dos objetos, sendo também possível quando um trabalho realizado pela Geometria explora transformações topológicas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A criança, desde muito pequena, explora o espaço em que está inserido, entrando e saindo de uma sala, observando o colega que está perto ou longe, de forma que é necessária certa maturidade para compreensão de certos conceitos matemáticos, os quais são adquiridos ao longo do tempo, ou seja, a partir do momento em que as habilidades cognitivas dos indivíduos estão se desenvolvendo, e isso faz com que a forma como se explora o espaço físico também seja construída.

Algo interessante e viável para essa construção de conhecimentos matemáticos, inclusive geométricos, foi estudar noções básicas sobre Topologia, permitindo situações que auxiliem aos alunos do Ensino Médio conhecer conceitos desde os mais elementares até os mais complexos e isso pode acontecer de diversas formas, inclusive lúdicas e desafiadoras.



Para isso, foram apresentados alguns conceitos básicos de Topologia, bem como algumas aplicações que podem ser realizadas tanto no nível Fundamental como no nível Médio.

Atividades práticas envolvendo noções básicas de Topologia permitem que o aluno se torne um ser investigador e pensante, de forma que os permita o conhecimento de outras áreas. O conhecimento destes conceitos envolvendo Topologia é importante para que o aluno do Ensino Médio amplie seu conhecimento e pensamento geométrico, resgatando conceitos básicos de Geometria e permitindo que os mesmos desenvolvam sua capacidade de percepção, imaginação, visualização e representação geométrica.

Referências

ANDRADE, P. **Introdução à Geometria Hiperbólica**: O modelo de Poincaré. Rio de Janeiro: SBM, 2013. 267p. (Coleção Textos Universitários; 15).

BALDISSERA, A. **A Geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos**. 20p, 2011. Disponível em:
<http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf> Acesso em: 26.05.2018

BICUDO, I. **Os Elementos** - Euclides, São Paulo, SP: Editora UNESP, 2009, 600 p.

DIENES, Z.; GOLDING, E. W. **Primeiros Passos em Matemática**: Exploração do Espaço e prática da medição. São Paulo: Herder, 1969. 105 p. Tradução de: Euclides José Dotto.

CARDEAL, L. A. M. **A Geometria Não-Euclidiana na Construção do Conhecimento Matemático**. PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional, Secretaria do Estado da Educação do Paraná (SEED), Uraí, 2012. 26p. Disponível em:
<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernos/pde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uenp_mat_pdp_lygia_aparecida_medeiros_cardeal.pdf>. Acesso em: 14 out. 2018

DIENES, Z.; GOLDING, E. W. **Primeiros Passos em Matemática: Exploração do Espaço e prática da medição**. São Paulo: Herder, 1969. 105 p. Tradução de: Euclides José Dotto.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5. ed. Campinas, SP: Unicamp, 2011. 849 p. Tradução de: Hygino H. Domingues.

LEIVAS; J. C. P. **Organizando o espaço geométrico por caminhos topológicos VIDYA**, v. 28, n. 2, jul/dez, 2008, p. 59-71.

LEIVAS, J. C. P.; SILVA, E. S. Abordagem intuitiva de algumas noções topológicas elementares para um grupo de alunos de mestrado em ensino de matemática. **REIEC-Revista Electrónica de Investigación Em Educación Em Ciencias**, Volumen 10, Nro. 1, Mês Julio, p. 73-84, Recepción: 05/05/2014, Aceptación: 12/05/2015, ISSN 1850-6666.

OLIVEIRA, L. L. ; VELASCO, A. D. **O ensino de Geometria nas escolas de nível Médio da rede pública da cidade de Guaratinguetá**. Gráfica, Curitiba, Paraná, 2007. Disponível



em: http://www.exatas.ufpr.br/porta1/docs_degraf/artigos_graphica/OENSINO.pdf> Acesso em: 27.05.2018.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A representação do espaço na criança**. Trad. de Bernardina Machado de Albuquerque. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

RISSI, M. R.; FRANCO, V. S. **Topologia**: Uma proposta metodológica para o Ensino Fundamental. Universidade Estadual de Maringá. 2008. Disponível em: <www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2210-6.pdf>. Acesso em: 26.05.2018.

RODRIGUES, G. C. **Introdução Ao Estudo De Geometria Espacial Pelos Caminhos Da Arte E Por Meio De Recursos Computacionais**. 2011,143 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2011. Disponível em: <http://www.bc.furb.br/docs/DS/2011/348306_1_1.PDF>. Acesso em: 25.05.2018

STEWART, I. **Em busca do infinito: Uma história da matemática dos primeiros números à teoria do caos**. Editora Zahar, 2014, 384 p.



O ESTUDO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL A PARTIR DO USO DA GEOMETRIA DINÂMICA

Leticia Ferreira da Silva²²
Edicarlos Pereira de Sousa²³

Resumo:

Este estudo abordou a importância da tecnologia e como esta pode ser usada de modo favorável no ensino, principalmente no ensino de Matemática, tomando como ferramenta didática o software “Régua e Compasso (ReC)”. O propósito maior do trabalho foi facilitar, através de tecnologias virtuais, o ensino de trigonometria. As atividades se realizaram na Escola Juca Lino, localizada no Distrito de São Sebastião, município de Brejo Santo, Ceará, numa turma de 9º ano do ensino fundamental que totalizava 19 alunos. A pesquisa foi de cunho qualitativo, tendo como principal recurso de coleta de dados um questionário. Após a coleta de dados, foi aplicada ainda uma lista de exercícios e utilizado o software ReC. Dentre os resultados obtidos, pode-se perceber que o professor faz uso exclusivo do livro didático em suas aulas e que a escola não dispõe de recursos tecnológicos para inovar o processo de ensino e de aprendizagem.

Palavras-chave: Tecnologia; Aprendizagem Matemática; Trigonometria e Geometria.

1 INTRODUÇÃO

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) têm sido apontadas, nas últimas décadas, como algo de grande relevância no processo de modernização do ensino de Matemática, sendo decorrentes da informatização da sociedade contemporânea. Em outras palavras, as TIC integram as novas perspectivas sobre a natureza da Matemática escolar e da aprendizagem nesse componente curricular (OLIVEIRA; DOMINGOS, 2008).

Discute-se, com frequência, sobre as mudanças impostas pelas tecnologias da informação no cotidiano dos alunos. Parte dessa discussão advém do reconhecimento de que, antigamente, as instituições educacionais dispunham quase que exclusivamente de métodos tidos, atualmente, como tradicionais, cujos recursos se limitavam ao quadro negro e ao giz. (D’AMBRÓSIO, 1989). Não se coloca em debate, neste trabalho, a eficiência de tais métodos. Por outro lado, percebe-se a necessidade permanente de se procurar diferentes abordagens de ensino que busquem colaborar com a aprendizagem dos alunos e a melhoria da qualidade da educação.

Sendo assim, os recursos tecnológicos e, principalmente, os *softwares* educativos apresentam-se como uma ferramenta alternativa que tem a finalidade de colaborar com o processo de aprendizagem. Dentre alguns desses recursos que podem contribuir com a

²² Universidade Federal do Cariri / UFCA, leticiaferreira.silva41@gmail.com .

²³ Universidade Federal do Cariri / UFCA, edicarlos.pereira@ufca.edu.br.



aprendizagem discente, tem-se os *softwares* de geometria dinâmica que, segundo Bittencourt (1998) podem ser considerados como um caderno de rascunho especial onde erros podem ser corrigidos facilmente e as propostas de soluções testadas rapidamente.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 AS TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TIC) NAS AULAS DE MATEMÁTICA

O uso das tecnologias no ensino tem sido discutido entre diversos autores e disseminado também em documentos oficiais que direcionam as políticas educacionais brasileiras. Nesse contexto, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018, p. 59) postula que:

Há que se considerar, ainda, que a cultura digital tem promovido mudanças sociais significativas nas sociedades contemporâneas, em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, telefones celulares, tablets e afins. Portanto, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura...

Partindo da concepção acima defendida, a escola deve se apropriar desses meios, considerando que a geração atual de alunos nasceu na era da informática e não é estranho o fato de muitos dominarem essa linguagem e se relacionarem bem com a tecnologia, muitas vezes, superando os professores em termos de manipulação das ferramentas tecnológicas (PARELLADA; RUFINI, 2012). Por isso, a BNCC (2018) orienta que a escola precisa se adaptar às novas linguagens tecnológicas e seus modos de funcionamento, criando possibilidades pedagógicas e preparando os discentes para uso consciente desses recursos contemporâneos.

Conhecendo as necessidades dos alunos e a realidade da escola, os professores devem procurar métodos de dinamizar as aulas e buscar contribuir para uma melhor compreensão dos conteúdos. Assim, os meios tecnológicos apresentam-se como um grande aliado. Para Santos *et al.* (2004, p.2):

No caso particular do ensino da matemática, é de grande importância que o mesmo possa ser realizado com a utilização de todas as facilidades que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) proporcionam, incluindo a disponibilidade de diferentes tipos de aplicações (como, por exemplo, sistemas de computação algébrica, aplicações de geometria dinâmica e sistemas de modelação computacional), objetivando-se com isso possibilitar uma dinamização no ensinados mais diversos conteúdos matemáticos.



Como observado acima, os *softwares* de geometria dinâmica podem ser entendidos como uma possibilidade inovadora no ensino de Matemática. Segundo Tenório *et al.* (2017), o uso desses recursos na escola apresenta algumas vantagens tais como: despertar o interesse do aluno, tornar as aulas prazerosas, promover a interação aluno-máquina, facilitar a busca por informações, oferecer recursos variados, disponibilizar atividades diversificadas, apresentar formas alternativas de realizar questões, visualizar resultados e exercitar o raciocínio lógico.

2.2 AS DIFICULDADES ENCONTRADAS NA APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA

A abordagem da trigonometria na educação básica ocorre, geralmente, no ensino médio a partir da introdução de diversos conceitos, entre os quais se destaca: seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo, arcos, ângulos, unidades de medida de ângulos, círculo trigonométrico, resolução de equações trigonométricas, funções trigonométricas e representação gráfica de funções (XAVIER *et al.*, 2014).

Segundo Guerato (2008), a trigonometria passou a ser deixada em segundo plano no ensino da Matemática. Para este autor, as dificuldades encontradas pelos alunos decorrem, por exemplo, da menor importância dada a esses conteúdos que não foram trabalhados porque se encontravam no final dos livros e não dava tempo serem abordados ao longo do ano. Ou ainda os professores não tinham a obrigação de cumprir 100% do conteúdo relacionado à série, uma vez que podiam seguir a proposta de cumprir apenas 75% do previsto e, dessa forma, conceitos geométricos e trigonométricos eram deixados de lado. Com o passar dos anos, foi surgindo a necessidade de se trabalhar esses conteúdos com mais aprofundamento, pois se percebeu que estavam formando uma geração sem conhecimento geométrico e trigonométrico.

A partir do momento em que os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (2002) determinaram que fossem trabalhados conteúdos de trigonometria em sala de aula, apresentou-se um grande problema, pois por quase nunca serem trabalhados, os alunos costumam ter muitas dificuldades nesse tema (GUERATO, 2008).

3 METODOLOGIA

A pesquisa realizada é de natureza qualitativa, possuindo caráter exploratório, buscando priorizar as dificuldades dos alunos. Como afirmam Lima e Moreira (2015), a pesquisa qualitativa parte do pressuposto que existe uma relação dinâmica entre o mundo real e o



sujeito, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito. O objeto é, sob essa perspectiva, essencialmente, qualitativo.

3.1 LOCAL DA PESQUISA

Este trabalho se desenvolveu na Escola Juca Lino, integrante da rede municipal de ensino de Brejo Santo - CE, e que fica localizada no distrito de São Sebastião. O estabelecimento educacional funciona nos períodos matutino, vespertino e noturno, sendo este último destinado à Educação de Jovens e Adultos (EJA).

O público atendido são alunos do entorno do distrito onde a escola se situa. No currículo da escola, há disciplinas de Linguagens, Matemática, Ciências Naturais, Ciências Humanas e Educação Física, compondo os anos finais do ensino fundamental (6º a 9º ano).

3.2 ESCOLHA DA TURMA E DOS CONTEÚDOS

A escola onde se deu esta pesquisa dispõe de uma turma de 9º ano, no turno da manhã, com alunos da própria comunidade e de sítios vizinhos. A escolha da turma se deu pela possibilidade de trabalhar o conteúdo proposto para esta pesquisa.

A seleção dos conteúdos aconteceu através de encontros com o professor titular da turma, onde o mesmo apresentou as maiores dificuldades dos discentes, dando algumas sugestões para a pesquisa. A partir de então, o conteúdo escolhido foi “as razões trigonométricas”, tema que foi trabalhado através de aulas expositivas, lista de exercícios e pelo uso do *software* ReC, como ferramenta metodológica de ensino. Antes de iniciar as aulas, foi aplicado um questionário com os alunos sobre a importância da tecnologia e se o professor faz uso da mesma em suas aulas, e na sequência foram revisados vários conteúdos, dentre eles o conteúdo de ângulos.

Diante da insuficiência de espaços físicos na Escola Juca Lino, houve a necessidade de transferir algumas aulas para o Instituto Federal de Educação e Tecnologia, que favoreciam a qualidade das aulas. O Instituto Federal disponibiliza cursos gratuitos, predominantemente na área de tecnologia, para a população em geral.

3.3 ENCONTROS REALIZADOS

Visitando as instalações físicas, pode-se perceber que a escola dispunha de uma sala de multimídia, porém os computadores não funcionavam. Diante disso, em cada encontro, as atividades foram planejadas de modo que, se fosse necessário o uso de recursos tecnológicos, seriam utilizados *notebooks* pessoais e de parceiros para a execução das tarefas.

Os encontros presenciais aconteceram nos dias de terças, quartas e quintas-feiras, sempre no contraturno das aulas formais dos alunos, onde a autora deste trabalho participava de um programa de reforço escolar para as provas externas, mais especificamente, para o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE).

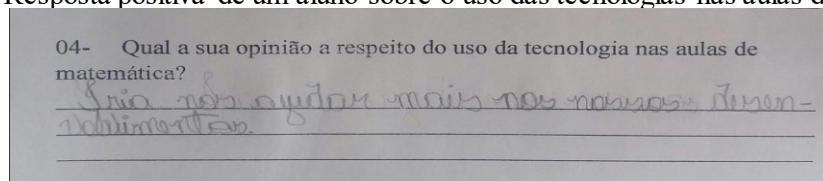
4 RESULTADOS

4.1 ANÁLISES DO QUESTIONÁRIO APLICADO NA TURMA

Inicialmente, os alunos foram questionados sobre a importância da tecnologia em sala de aula e em seu cotidiano, além de como o professor vinha usando a mesma para facilitar e dinamizar suas aulas. A partir da análise do questionário aplicado nesta primeira fase da pesquisa, foi possível verificar que 100% da turma afirmou que fazia uso da tecnologia no seu dia a dia, através de celulares e televisores. Porém, a turma declarou que a escola não dispõe de recursos tecnológicos para que os alunos possam usá-los e que, conseqüentemente, o professor não os utiliza em suas aulas. Segundo os discentes, o professor só faz uso do livro didático. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) recomendam que o professor utilize, além do livro didático, materiais diversificados (jornais, revistas, computadores, filmes, etc.), como fonte de informação, de forma a ampliar o tratamento dado aos conteúdos e fazer com que o aluno se sinta inserido no mundo à sua volta.

Quando analisadas as respostas dadas sobre o uso da tecnologia nas aulas de Matemática, pode-se perceber que 17 alunos, que corresponde a 89,47%, acreditam que a tecnologia é benéfica para o ensino de Matemática. Esta mesma ideia foi encontrada por Dioginis *et al.* (2015), cuja pesquisa mostrou que os estudantes foram unânimes em responder que os recursos tecnológicos facilitam a compreensão do conteúdo. Os autores observaram também que as disciplinas que utilizam as tecnologias possibilitam melhor compreensão do conteúdo, tornando as aulas mais interessantes e participativas. Esse pensamento coaduna com o que se vê no depoimento a seguir (Figura 4):

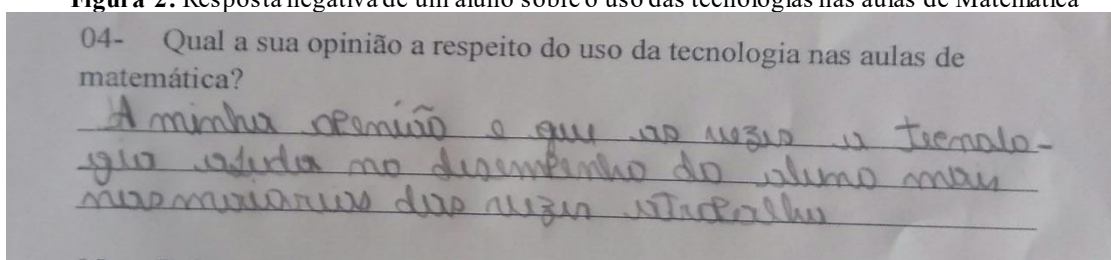
Figura 1: Resposta positiva de um aluno sobre o uso das tecnologias nas aulas de Matemática



Fonte: Dados da pesquisa

Por outro lado, 10,53% dos aprendizes afirmaram que a tecnologia, na maioria das vezes, pode atrapalhar a aula, pois os alunos não estão acostumados com a sua inserção no meio educacional. Como afirma Valente (2008), em uma entrevista, “o computador é tecnologia para a minha geração, mas não para nossos filhos. Eles nasceram e estão rodeados de TV, vídeo, computadores. Eles veem estes artefatos mais como brinquedos do que como tecnologia”. Diante dessa afirmação, pode-se perceber que os alunos não costumam ver as tecnologias sendo usadas para a facilitação dos conteúdos educacionais, mas como objeto de entretenimento e lazer. Analisando a Figura 5 abaixo, pode-se observar o que o aluno fala a esse respeito.

Figura 2: Resposta negativa de um aluno sobre o uso das tecnologias nas aulas de Matemática



Fonte: Dados da pesquisa

Pode-se verificar acima a resposta de um aluno que afirma que as tecnologias, na maioria das vezes, atrapalham o desenvolvimento escolar, visto que não são usadas ou são usadas com pouca frequência voltadas para a educação e, por isso, não estão acostumados.

As demais questões presentes no instrumento de coleta de dados tratavam de perguntas voltadas para o uso da tecnologia no cotidiano dos alunos e no meio educacional, além de indagar se o professor usava tais recursos em suas aulas. Diante da análise dos resultados, pode-se perceber que as respostas foram se agrupando em dois pontos de vista: 1) faziam uso da tecnologia em seu cotidiano, porém a escola não os permitia utilizá-las; 2) o professor não usava as tecnologias, ou usava apenas para passar filmes.

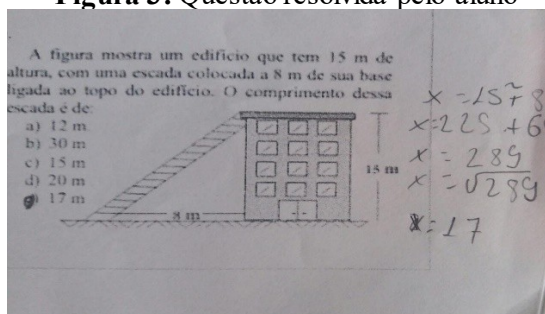
4.2 APLICAÇÃO DA LISTA DE EXERCÍCIOS

À priori, houve a necessidade de se fazer uma revisão de conceitos matemáticos básicos, tais como ângulos e Teorema de Pitágoras, visto que os alunos alegaram não lembrar dos mesmos. Após a revisão, foi aplicada uma lista de exercícios que tinha como objetivo verificar, ainda que inicialmente, se os alunos haviam aprendido os temas trabalhados. Diante das questões propostas, os alunos sentiram muita dificuldade e, a todo instante, era necessária

a intervenção. Essas intervenções se davam por meio de explicações durante a realização da lista de exercícios.

A resolução da lista ocorreu em grupos. A divisão das equipes se deu da seguinte forma: 3 grupos contendo 5 pessoas e 1 grupo contendo 4 pessoas. A formação das equipes ficou a critério dos alunos. Neste dia, todos os alunos vieram para a aula. De início, com a análise das respostas dos alunos, pode-se perceber que resolviam com muita facilidade as questões relacionadas com o Teorema de Pitágoras e que eram, justamente, por essas questões que toda a turma começava a responder a lista. Na imagem abaixo (Figura 6), do lado direito, é possível notar que o aluno fez o uso correto do Teorema de Pitágoras para resolver a questão. Observa-se que o desenho facilita a resolução, acrescentando a isso o fato de ser uma questão objetiva em que o discente pode encontrar a resposta e assinalar uma das alternativas.

Figura 3: Questão resolvida pelo aluno

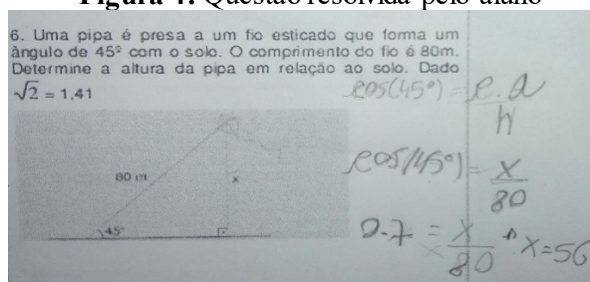


Fonte: <https://pt.slideshare.net/mobile/andreiaarsz/9-ano-matutino>

As questões que necessitavam do uso das relações trigonométricas, porém, eram as que costumavam apresentar maiores dificuldades por parte dos aprendizes. No geral, exigiam o conhecimento de conceitos como seno, cosseno e tangente, mas os discentes não conseguiam resolver ou conseguiam muito lentamente, necessitando sempre de ajuda, pois no ato da resolução da questão, quase sempre, trocavam as fórmulas. Ao invés de usar o seno usavam o cosseno, ou vice e versa, e isso implicaria em uma resposta errada.

A lista de exercício continha vários desenhos ilustrativos e os valores dos ângulos que seriam necessários para a resolução das questões. Apesar de todas conterem desenhos, os alunos apresentavam dúvidas na hora de identificar o cateto oposto, o cateto adjacente e a hipotenusa. Consequentemente, não conseguiam distinguir as fórmulas corretas para resolução do problema. Um exemplo disso se encontra na Figura 7, em que um dos alunos resolve o problema usando a fórmula do cosseno, ao invés do seno, obtendo uma solução equivocada.

Figura 4: Questão resolvida pelo aluno



Fonte: <https://pt.slideshare.net/mobile/andreiaarsz/9-ano-matutino>

Logo acima, à direita, encontra-se a resolução de um dos alunos, onde se comprova justamente o que foi tratado anteriormente que os alunos, na maioria das vezes, confundem o conceito de seno e cosseno e acabam por descobrir respostas incorretas.

4.3 A EXPERIÊNCIA DE USO DO REC NAS AULAS

Para começar a trabalhar com o *software* ReC, a turma foi dividida em equipes, uma vez que não tinha computadores para todos. Deste modo, cada grupo ficou com um *notebook*. Estes foram providenciados pela pesquisadora deste trabalho que já os trazia com o programa instalado, ganhando tempo e evitando imprevistos em sua instalação. Ressalta-se que esse fato ocorreu porque a escola não dispunha de tais recursos tecnológicos para aplicação desta proposta metodológica. Para manuseio do ReC, todas as equipes ficaram em uma única mesa, pois facilitaria o acompanhamento da turma e permitiria o esclarecimento de dúvidas no momento do uso.

No manuseio do *software*, a turma não encontrou dificuldades. Essa observação era dese esperar, uma vez que, sabidamente, os alunos se relacionam bem com diferentes recursos tecnológicos. Tendo em vista se ter, na maioria dos casos, alunos ditos como nativos digitais, o uso das tecnologias de informação e comunicação para fins pedagógicos trata-se de um caminho inevitável (ARCOVERDE e MELO, 2013).

O *software* Régua e Compasso apresenta barras de ferramentas e uma janela de trabalho, com diferentes possibilidades para variadas construções geométricas. Ao se passar o mouse sobre a barra, pode-se observar para que servem cada uma dessas ferramentas (Figura 8).

Figura 5: Barra de ferramentas do *Software*

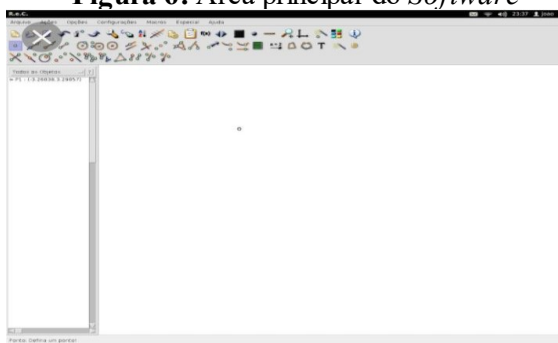


Fonte: *Software* Régua e Compasso

A barra de ferramentas acima está acessível desde a abertura do *software* e possibilita a escolha mais útil para cada momento das construções dos alunos. Inicialmente, os aprendizes foram estimulados a passar o mouse em cima de cada gravura para identificarem qual a sua finalidade.

Na janela de visualização, podem ser vistas duas partes: à esquerda, fica a descrição das construções e, à direita, as construções propriamente ditas. É nessa última parte onde os alunos fazem suas construções, tendo a opção de salvá-la para continuá-la posteriormente ou pode simplesmente apagá-la.

Figura 6: Área principal do *Software*



Fonte: *Software Régua e Compasso*

Na figura precedente, os discentes fazem suas construções geométricas virtuais, uma vez que têm disponíveis todas as opções gráficas necessárias para as suas criações e reformulações na barra de ferramentas.

A proposta de uso do ReC permitiu observar que os alunos ficaram muito entusiasmados com aquele novo recurso de ensino e aprendizagem. Durante as construções geométricas dos ângulos, retas e triângulos, os mesmos demonstraram envolvimento por aquilo que estavam fazendo. Muitos dos discentes queriam, a todo o momento, estar em contato com aquele novo ambiente, muitas vezes não abrindo, inclusive, espaço para que outros colegas pudessem também usá-lo. Nessas situações, era necessário intervir e mediar para que todos fizessem uso e compreendessem a proposta do programa para aprender geometria.

Um fato observado é que uma das equipes estava sempre com melhor desempenho em relação às outras, terminando primeiro e ajudando outros grupos que estivessem com dificuldade. Esse melhor desempenho nas atividades se deu, justamente, pelo fato de que eles se saíram muito bem na lista de exercícios. Através da colaboração dos colegas, todos os

membros de cada equipe mantinham contato uns com os outros e isso melhorava o trabalho, passando de quatro equipes pequenas e se tornando uma grande equipe.

Primeiramente, pediu-se que os alunos construíssem uma reta horizontal e, a partir dela, uma reta perpendicular, com o propósito de formar um ângulo de 90° . Em seguida, solicitou-se que formassem um triângulo retângulo. Dando sequência, sugeriu-se que medissem os ângulos internos do triângulo construído, utilizando o ReC. Por fim, utilizando as razões trigonométricas, os alunos eram convidados a comprovar seus resultados.

Figura 7: Alunos utilizando o *software* ReC



Fonte: Acervo Pessoal

Na imagem acima, é possível observar o engajamento dos alunos. Todos estavam participando e tentando resolver o que estava sendo proposto pela autora deste trabalho. Ao serem questionados sobre a experiência do trabalho com o ReC para aprender geometria, pode-se perceber que 100% da turma não o conhecia e que todos, sem exceção, afirmaram que se tratava de um importante recurso a ser usado no ensino de Matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em relação ao ensino de trigonometria, percebeu-se que os docentes só utilizam o livro didático como recurso pedagógico educacional. Outro fato que ficou evidente nesta pesquisa é a ausência de recursos tecnológicos na escola para que docentes e discentes possam usá-los na perspectiva de melhorar a qualidade educacional.

A partir do *software* utilizado, foi possível constatar que, apesar das poucas dificuldades dos alunos em relação à tecnologia, os discentes não estão acostumados a usar tal recurso



voltado para a aprendizagem Matemática. Isso merece destaque, pois essas novas propostas metodológicas são de fundamental importância no processo de aprendizagem dos alunos.

Conclui-se também, diante do depoimento dos alunos, que as tecnologias e os *softwares* educacionais, se bem usados, podem vir a melhorar o ensino e a aprendizagem, visto que as tecnologias estão por toda parte e, conseqüentemente, devem estar inseridas também no ambiente escolar.

Na turma onde se deu a pesquisa, o *software* ReC foi algo novo, pois não o conheciam. Pode-se verificar que a tecnologia se tornou uma aliada na sala de aula, pois segundo os discentes, se o professor usasse esse recurso em suas aulas, ficaria bem mais fácil de entender o que o estava sendo apresentado.

Por fim, espera-se que esta pesquisa tenha contribuído para entender como vêm sendo abordados os assuntos de trigonometria nos anos finais do ensino fundamental, a partir da análise vivenciada na escola pesquisada, além de mostrar a importância das tecnologias no ambiente escolar e o potencial apresentado pelo *software* Régua e Compasso para a aprendizagem em Matemática.

Referências

ARCOVERDE, R. D.; MELO, L. V. O olhar de professores em formação inicial sobre a escola na era digital. **Anais Eletrônicos: 5º Simpósio Hipertexto e Tecnologias de Comunicação; 1º Colóquio Internacional de Educação com Tecnologias.** Universidade Federal de Pernambuco NEHTE / Programa de Pós Graduação em Letras CCTE / Programa de Pós Graduação em Ciências da Computação, 2013 – ISSN 1974-1175.

BITTENCOURT, J. Informática na educação? Algumas considerações a partir de um exemplo. **Revista da Faculdade de Educação**, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 23-36, jan. 1998. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0102-25551998000100003&script=sci_arttext&tlng=es Acesso em: 19 Maio 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em: 12 Julho 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 19 Maio 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais+ Ensino Médio:** orientações educacionais complementares aos parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 2002. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 18 Maio 2018.



D'AMBRÓSIO, B.S. Como ensinar matemática hoje? Tema e Debates. **Boletim da Sociedade Brasileira de Matemática**, Brasília, ano2, n.2, p. 15-19, 1989. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=988573>. Acesso em: 26 Maio 2018.

DIOGINIS, M. L. *et al.* **As novas tecnologias no processo de ensino aprendizagem**, 2015. Disponível em: <http://www.unoeste.br/site/enepe/2015/suplementos/area/Humanarum/Educa%C3%A7%C3%A3o/AS%20NOVAS%20TECNOLOGIAS%20NO%20PROCESSO%20DE%20ENSINO%20APRENDIZAGEM.pdf>. Acesso em: 29 Novembro 2018

GUERATO, E.T. **Dificuldades e Possibilidades no Ensino da Geometria no EJA**. 2008. 91 f. Dissertação(Curso de Especialização Profissional Técnica de Nível Médio na Modalidade EJA)- Centro Federal de Educação Tecnológica de São Paulo, São Paulo, 2008

LIMA, M. S. e MOREIRA, E. V. A Pesquisa Qualitativa em Geografia, **Caderno Prudentino de Geografia**, Presidente Prudente, n.37, v.2, p.27-55, ago./dez. 2015. Disponível em: <http://revista.fct.unesp.br/index.php/cpg/article/viewFile/4708/3618>. Acesso em: 18 Novembro 2018

OLIVEIRA; H. DOMINGOS; A. **Software no Ensino e Aprendizagem da Matemática: Algumas Ideias para Disussão**, 2008. Disponível em: http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2008/2008_20_HOliveira.pdf. Acesso em: 19 Maio 2018.

PARELLADA I. L. RUFINI S. E. **O Uso do Computador como Estratégia Educacional: Relações com a Motivação e Aprendizado de Alunos do Ensino Fundamental** Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Paraná, Brasil, 2012. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/prc/v26n4/15.pdf>. Acesso em: 18 Maio 2018.

SANTOS, E. A. A.; MORAIS, C. M. M.; PAIVA, J. C. M. **Formação de Professores para a Integração das TIC no Ensino de Matemática: Um Estudo na Região Autónoma da Madeira**, 2004. Disponível em: https://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/1094/1/PA17_2004dosSantos_etal.pdf. Acesso em: 26 Maio 2018.

VALENTE, J.A. **A Tecnologia não é Mágica**, 2008. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/tvescola/revistas/Revista21/Pdf/entrevista.pdf>. Acesso em: 29 Novembro 2018.

XAVIER, S. A. TENÓRIO, T. TENÓRIO, A. **Uma Proposta de Ensino-Aprendizagem das Leis dos Senos e dos Cossenos por meio do Software Régua e Compasso**, 2014. Disponível em: pgsskroton.com.br/seed/index.php/jieem/article/view/74/65 . Acesso em: 26 Maio 2018.

Realização:



UFCA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CARIRI
Instituto de Formação de Educadores - IFE
Campus Brejo Santo